Zagadnienia Filozoficzne w Nauce XLIV

Copernicus Center

OBI

Copernicus Center for Interdisciplinary Studies
Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych
Kraków
2009

Adres Redakcji:

Zagadnienia Filozoficzne w Nauce
Wydział Filozoficzny PAT
Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych
ul. Franciszkańska 1, 31–004 Kraków

Strona WWW:

http://www.obi.opoka.org.pl/

Skład i łamanie:

Robert Janusz

Opracowanie graficzne:

Wydawnictwo Biblos

Dystrybucja:

Wydawnictwo Biblos
Plac Katedralny 6, 33–100 Tarnów
tel. 014 621–27–77
fax 014 622–40–40
e-mail: biblos@wsd.tarnow.pl
http://www.biblos.pl/

ISSN 0867–8286

Wydawnictwo Biblos Tarnów 2009
Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych, Kraków

Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych

Zagadnienia Filozoficzne w Nauce

XLIV (2009)

SPIS TREŚCI

ARTYKUY

POLEMIKI

RECENZJE

ARTYKUY

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 3–12

Michał Heller
Wydział Filozoficzny PAT
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych
Kraków

*KONIECZNOŚĆ I PRZYPADEK W EWOLUCJI WSZECHŚWIATA**

1. WPROWADZENIE

Mówi się ostatnio dużo o roli przypadku w ewolucji Wszechświata, w szczególności o jego roli w ewolucji biologicznej. Z jednej strony usiłuje się ewolucję zredukować do czystej gry przypadków, z drugiej strony — często w imię interpretacji religijnych — stara się uzupełnić naukową teorię ewolucji o elementy „inteligentnego projektu" (*Intelligent Design*). Obie te skrajności opierają się na nieporozumieniu, polegającym głównie na niezrozumieniu roli przypadku w strukturze i ewolucji Wszechświata. W wykładzie pozostawię na boku kwestie ideologiczne (by wrócić do nich na krótko przy końcu), podejmę natomiast zagadnienie od strony jego naukowych aspektów. Zresztą najlepszym sposobem usuwania nieporozumień jest rozpatrzenie najgłębszej warstwy tego, czego dotyczą.

---

*Artykuł niniejszy jest tekstem wykładu wygłoszonego w Warszawie, w dniu 22 stycznia 2009 r., z okazji przyznania jego autorowi doktoratu *honoris causa* Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego.

2. WSZECHŚWIAT NIELINIOWY

Jeżeli kosmologia jest nauką o strukturze i ewolucji Wszechświata, to można mówić o kosmologii w znaczeniu właściwym jako dziale fizyki i astronomii, którego celem jest zrekonstruowanie przestrzennej i czasowej struktury Wszechświata w jego największej skali i o kosmologii w szerszym znaczeniu, jaką w gruncie rzeczy jest cała fizyka (wraz z astronomią). Nie sposób bowiem mówić o strukturze Wszechświata bez rozpatrywania wszystkich praw fizyki, które leżą u podstaw tej struktury. Kosmologia w znaczeniu właściwym, budując modele kosmologiczne i zawężając ich mnogość do tej podklasy, która najlepiej zgadza się z obserwacjami, tworzy niejako scenę lub środowisko, w którym mogą działać prawa fizyki, ale to właśnie prawa fizyki (zwłaszcza te, które wchodzą w skład najważniejszych teorii fizyki, takich jak ogólna teoria względności i teorie pól kwantowych) służą jako tworzywo, z którego buduje się modele kosmologiczne. Mając na uwadze to zapętlenie i nieco rzecz upraszczając, można powiedzieć, że struktura Wszechświata to nic innego, jak tylko „siatka wszystkich praw fizyki".

Zwykle w strukturze Wszechświata wyróżnia się element koniecznościowy — to właśnie prawa przyrody (lub po prostu prawa fizyki) i element przypadkowy — mają go stanowić różnego rodzaju przypadki, które tę strukturę zaburzają. Celem mojego wykładu jest pokazanie, że właśnie tu kryje się nieporozumienie: przypadki nie są obcym ciałem w „siatce praw przyrody" lecz jej inherentna częścią, bez której „siatka" nie mogłaby funkcjonować. Struktura Wszechświata jest utkana z praw przyrody i przypadków; oba te elementy wzajemnie bez siebie nie mogłyby istnieć. Wszechświat jest daleko bardziej całością niż się to wydaje naszemu umysłowi przyzwyczajonemu do kawałkowania.

Cóż może być bardziej oczywistego niż kawałkowanie? Z klocków można układać bardzo subtelne struktury i potem wszystko z powrotem rozkładać na klocki. W takich strukturach przypadek jest destrukcyjny. Drobny podmuch burzy misterną budowlę z kart. Całość jest sumą swoich części i jeżeli cokolwiek przypadkowego wedrze się pomiędzy te części, może zniszczyć wszystko.

Ale tylko stosunkowo niewiele zjawisk lub procesów daje się przybliżać takimi strukturami. Nazywa się je *strukturami liniowymi*, a równania, które je modelują, *równaniami liniowymi*. Suma rozwiązań takiego równania jest nowym jego rozwiązaniem. W ten właśnie sposób całość rozkłada się na części. Przykładem równania liniowego jest równanie falowe (o niezbyt wielkiej amplitudzie). Jean Fourier pokazał, że każdy ruch periodyczny można rozłożyć na (w zasadzie nieskończony) ciąg ruchów falowych (sinusoidalnych). Analiza fourierowska jest bardzo skuteczną metodą badania wielu zjawisk. Także i tu przypadek nie jest „obcym ciałem". Mamy wiele rozwiązań równania falowego i chcąc opisać konkretny ruch falowy, musimy wybrać konkretne rozwiązanie. Czynimy to przez wybór odpowiednich warunków początkowych. Ale warunki początkowe w równaniu falowym są względem niego przypadkowe (nie wynikają one z samego równania, lecz musimy je „zadać"). Jednakże bez nich równanie nie mogłoby „zadziałać", pozostałoby martwą formułką. Element przypadkowy sprawia, że równanie ożywia się i staje się rodzajem software'u dla danego procesu fizycznego.

Naprawdę ciekawe rzeczy zaczynają się dziać, gdy przechodzimy do rozpatrywania *układów nieliniowych*. Suma rozwiązań równania, odpowiadającego za taki układ (czyli *równania nieliniowego*), nie jest nowym jego rozwiązaniem. W przypadku „nakładania się" na siebie dwu rozwiązań zawsze mamy jakiś nowy naddatek. Rodzaj tego naddatku zależy od stopnia nieliniowości charakteryzującego dane równanie. Równania nieliniowe stwarzają zupełnie nowe środowisko dla działania przypadków. Przede wszystkim — wbrew intuicji — układ nieliniowy wcale nie musi być złożony z wielkiej liczby elementów, zachowujących się w bardzo skomplikowany sposób, ażeby występowały w nim zjawiska niedające się przewidzieć. Wybierzmy, na przykład, dowolną liczbę pomiędzy jeden i zero. Zapiszmy ją w postaci zerojedynkowej. Pomnóżmy tę liczbę przez dwa i odrzućmy jedynkę, jeżeli pojawiła się przed przecinkiem. Do wyniku zastosujmy tę samą procedurę. Ta prosta procedura (proste równanie iteracyjne) jest źródłem losowości. Jeżeli umówić się, że otrzymane wyniki określają położenie cząstki na prostej, to okazuje się, iż cząstka — choć wykonuje całkiem deterministyczny program — zachowuje się w sposób czysto losowy, który niczym się nie różni od ciągu orłów i reszek w losowym rzucaniu monetą.

Ten przykład ma wręcz kosmiczne znaczenie. Dziś wiemy, że podobne nieliniowe procesy leżą u podstaw tworzenia się i ewolucji złożonych struktur we Wszechświecie: od atomów i molekuł, poprzez związki chemiczne i żywe organizmy, aż do galaktyk i gromad galaktyk. Co więcej, Wszechświat jako całość jest także rządzony przez układ silnie nieliniowych równań (równania Einsteina). Nie znaczy to jednak, że Wszechświat i wszystkie istniejące w nim żywe struktury są dziełem przypadku (losowości). Znaczy to tylko, że przypadki są istotnie — nieliniowo — wplecione w strategię działania praw fizyki. Mówiąc obrazowo, w „siatce praw przyrody" znajdują się pewne, ściśle określone luzy na działanie zdarzeń losowych. I jest tych luzów dokładnie tyle, ile potrzeba, by całość działała zgodnie z programem zawartym w nieliniowych układach równań[1].

Wróćmy do Wszechświata w największej skali (mówi się niekiedy o „Wszechświecie jako całości"). Wedle dzisiejszego paradygmatu naukowego struktura Wszechświata w największej skali jest zakodowana w równaniach Einsteina. Tworzą one układ silnie nieliniowych równań różniczkowych. Można o nim myśleć jako o hierarchii sprzężeń pomiędzy różnymi częściami (lub lepiej — aspektami) całości. Do tej hierarchii wchodzą również sprzężenia między sprzężeniami, sprzężenia między sprzężeniami między sprzężeniami, itd. Należy z naciskiem podkreślić, że nie sprowadza się to tylko do słownego opisu. Cała ta hierarchia oddziaływań jest zakodowana w strukturze równań

[1]Moje uwagi na ten temat są z konieczności skrótowe. Odsyłam czytelnika do bogatej literatury. Moją ulubioną książką z tej dziedziny (na poziomie popularnym) jest: P. Davies, *The Cosmic Blueprint*, Touchstone: Simon and Schuster, New York 1989.

Einsteina i przynajmniej niektóre aspekty tej struktury potrafimy matematycznie rozwikłać.

Już choćby na podstawie tego skrótowego przedstawienia łatwo dostrzec, że Wszechświat jest „silnie całościowy": wszystko jest w nim ze wszystkim nieliniowo powiązane. Możliwość wyizolowania lokalnego obszaru i poddawania go badaniom niezależnie od reszty (co umożliwia uprawianie fizyki) jest następstwem tego, że przynajmniej niektóre aspekty nieliniowej struktury Wszechświata można przybliżać strukturami liniowymi (podobnie jak zakrzywioną powierzchnię kuli można lokalnie przybliżać płaską przestrzenią styczną). Zjawiska losowe mają niewątpliwie swoje miejsce w całej tej strukturze. Stanowią one trudne pole badań w kosmologii relatywistycznej (np. problem chaosu deterministycznego w rozwiązaniach równań Einsteina, stabilność warunków początkowych, tzw. problem mieszania [*mixmaster*]). Podkreślmy jeszcze raz: nie są one obcym ciałem w matematycznym programie rządzącym Wszechświatem, lecz istotną częścią tego programu[2].

3. PRZYPADEK I LOSOWOŚĆ

Dotychczas terminów „przypadek" i „losowość" używałem zamiennie i w intuicyjnym znaczeniu. W popularnych rozważaniach można to czynić pod warunkiem, że ma się świadomość wieloznaczności tych terminów i utrzymuje się tę wieloznaczność pod przynajmniej względną kontrolą. Jeżeli natomiast ktoś mówi o przypadku, sądząc, że „i tak wiadomo o co chodzi", to sam nie wie, o czym mówi. Pojęcia przypadku i losowości w oczywisty sposób wiążą się z rachunkiem prawdopodobieństwa i bez odwołania się do niego nie mogą być dobrze określone. Ale trzeba również zdawać sobie sprawę z tego, że istnieje wiele ujęć i interpretacji rachunku prawdopodobieństwa, żeby wspomnieć o interpretacji częstościowej, beyesowskiej, skłonnościo-

[2]Więcej o tych zagadnieniach pisałem w: "The Non-Linear Universe: Creative Processes in the Universe", w: *The Emergence of Complexity*, Pontificiae Academiae Scientiarum Scripta Varia, 89, 1994, 191–209.

wej, czy w najbardziej sformalizowanym ujęciu Kołmogorowa. Różne te ujęcia mają oczywiście wpływ na rozumienie przypadku i losowości. Na szczęście jednak w wielu filozoficznych analizach (zwłaszcza utrzymywanych w popularnym tonie) wystarczy odwołanie się do najprostszych przykładów, pod warunkiem wyjaśnienia ich bez zniekształcania teoretycznego zaplecza.

Przykładem procesu losowego jest rzucanie niesfałszowaną monetą lub niesfałszowaną kostką do gry. Istotną rzeczą jest to, że kolejne rzuty nie mają wpływu na siebie, nie są ze sobą w żaden sposób skorelowane. Możemy powiedzieć, że nie ma pomiędzy nimi związku przyczynowego. Wyniki rzutów tworzą ciąg losowy, każdy pojedynczy wynik możemy uznać za przypadek.

Zauważmy, że proces losowy wcale nie musi być indeterministyczny. Zresztą pominąwszy czynnik wolnej woli, który może być zaangażowany w ruchy ręki rzucającej monetą, sam proces ruchu monety podlega prawom mechaniki klasycznej, a więc jest deterministyczny, chociaż wrażliwy na działanie wielu czynników zewnętrznych, dla nas nieprzewidywalnych (ale nie dla demona Laplace'a, który nie tylko znałby położenia i pędy wszystkich cząstek we Wszechświecie z dowolna dokładnością, ale byłby również wyposażony w nieograniczoną moc obliczeniową). Co więcej, widzieliśmy powyżej, że całkowicie deterministyczny matematyczny algorytm określający ruch cząstki na prostej jest ściśle losowy, można bowiem wykazać jego izomorficzność z procesem nieograniczonego rzucania monetą.

Następną ciekawą własnością procesów losowych jest to, że proces taki wcale nie musi być dyskretny, nie musi składać się z kolejnych, oddzielonych od siebie „kroków". Są znane ciągłe procesy losowe. Możemy powiedzieć, że w takim procesie „przypadek działa nieustannie" (w sposób ciągły). Do takich procesów należą procesy Markowa, w których następne stany układu można przewidywać, na podstawie znajomości stanu obecnego, tylko z pewnym prawdopodobieństwem.

Działanie przypadkowe wcale nie musi oznaczać braku przyczynowości. Wróćmy do przykładu z rzucaniem monetą. Wprawdzie między kolejnymi rzutami nie ma związku przyczynowego, ale na konkretny wynik rzutu ma wpływ cały szereg czynników: drgania powietrza, tarcie i opór ośrodka itp. Są to czynniki przypadkowe względem procesu rzucania monetą, ale mogą być wcale nieprzypadkowe „z punktu widzenia” innych praw fizyki. Bardzo wiele zdarzeń, które uznajemy za przypadkowe (zarówno w nauce, jak i w życiu codziennym), polega na „przecinaniu się” różnych ciągów przyczynowych. I tu właśnie dochodzimy do centralnego pytania: czy istnieją we Wszechświecie zdarzenia naprawdę niezdeterminowane?

4. PRAWDOPODOBIEŃSTWO NA POZIOMIE FUNDAMENTALNYM

Mechanika kwantowa najprawdopodobniej nie jest teorią fundamentalną, ale istnieją poważne przesłanki przemawiające za tym, że wiele cech mechaniki kwantowej, być może po odpowiednim uogólnieniu, przetrwa przejście do teorii fundamentalnej. Można oczekiwać, że jedną z takich cech będzie probabilistyczny charakter mechaniki kwantowej. Nie tu miejsce na dyskusję tego ważnego zagadnienia; poruszę tylko jeden jego aspekt, szczególnie doniosły dla tematu mego wystąpienia.

Dziś wiemy, że pojęcie prawdopodobieństwa, jakie obowiązuje w mechanice kwantowej, jest uogólnieniem klasycznego pojęcia prawdopodobieństwa. Stanowi to następstwo faktu, że mechanika kwantowa — w odróżnieniu od mechaniki klasycznej — podlega nieboolowskiej logice[3]. Jeżeli pojęcie przypadku jest ściśle związane z teorią prawdopodobieństwa, to wraz z modyfikacją teorii prawdopodobieństwa zmianie ulega także pojęcie przypadku. Jest to poważna przestroga, że nie należy absolutyzować naszych potocznych intuicji związanych z pojęciem przypadku. Jeżeli ponadto okaże się, że poziom podstawowy (tzw. poziom Plancka) jest probabilistyczny (w uogólnionym sensie), to trzeba będzie dokonać gruntownej rewizji naszych filozoficznych poglądów na takie zagadnienia jak: przyczynowość, losowość,

[3]Por.: M. Rédei, S.J. Summers, “Quantum Probability Theory”, *Studies in History and Philosophy of Modern Physics* 38, 2007, 390–417.

przypadek... Podkreślmy jednak z naciskiem: jeżeli istotnie okaże się, że poziom podstawowy jest probabilistyczny, nie będzie to oznaczać niepodzielnego panowania chaosu i przypadkowości (w potocznym znaczeniu tych słów); wręcz przeciwnie — poziom ten będzie modelowany przez bardzo wyrafinowane struktury matematyczne. Przedsmak tego wyrafinowania już jest naszym udziałem, gdy wypracowujemy robocze modele, przecierające drogę do — jak mamy nadzieję — spenetrowania poziomu podstawowego.

W naszych poszukiwaniach teorii fundamentalnej coraz większe zastosowanie znajdują metody tzw. geometrii nieprzemiennej (m.in. w teorii grup kwantowych i teorii superstun). Otóż geometria nieprzemienna ma swoją własną teorię prawdopodobieństwa (zwaną również *Free Probability Theory*)[4], której kwantowa i klasyczna teorie prawdopodobieństwa są szczególnymi przypadkami. Nieprzemienne uogólnienie teorii prawdopodobieństwa jest bardzo daleko idące. Na przykład można je stosować do sytuacji, w których nie występują indywidua (jest to sytuacja „typowa" dla geometrii nieprzemiennej). Co — jak wiadomo — jest wykluczone w przypadku klasycznego pojęcia prawdopodobieństwa (można potasować talię kart, ale nie można potasować asa pikowego). Jeżeli taka teoria prawdopodobieństwa stosuje się na poziomie podstawowym, a pojęcie przypadku jest ściśle związane z pojęciem prawdopodobieństwa, to wszystkie nasze intuicje dotyczące przypadkowości należy traktować tylko jako grube (makroskopowe) przybliżenia rzeczywistości, a oparte na tych intuicjach spekulacje o charakterze filozoficznym lub teologicznym mogą mieć tylko bardzo ograniczoną wartość.

5. PRZESŁANIE

Jakie więc jest filozoficzne i teologiczne przesłanie tych rozważań? Przesłanie to mieści się we wniosku, że przypadek nie jest jakąś destrukcyjną siłą, która niszczy, lub przynajmniej narusza, strukturę

[4]Por.: I. Cuculescu, A.G. Oprea, *Noncommutative Probability*, Kluwer, Detroit—Boston—London, 1994.

Wszechświata zakodowaną w prawach przyrody. Jak widzieliśmy, jest wręcz przeciwnie: przypadek stanowi nieusuwalny element struktury Wszechświata. Element przypadkowości jest nieliniowo wkomponowany w dynamiczną architekturę całości. Co więcej, przypadki nie są wyłomem w matematycznym porządku Wszechświata, same mają charakter matematyczny i, jako takie, są istotnym aspektem „matematyczności świata".

Jeżeli przyjmiemy stanowisko, że matematyczna struktura Wszechświata jest urzeczywistnieniem Stwórczego Zamysłu Boga (*the Mind of God*, jak mawiał Einstein), to konsekwentnie należy uznać, że przypadki stanowią istotny element tego Zamysłu. Ideologia przeciwstawiająca Bogu przypadek (który niszczy lub narusza Boży plan), jest w gruncie rzeczy współczesną wersją manicheizmu, herezji z pierwszych wieków Chrześcijaństwa, która w materii dopatrywała się zasady zła i siły przeciwstawiającej się Bogu. Do takich ideologii należy zaliczyć rozpowszechnioną dziś koncepcję, znaną pod nazwą „Inteligentnego Projektu" (*Intelligent Design*). Jej zwolennicy usiłują usunąć, lub przynajmniej zminimalizować, rolę przypadku w biologicznej i kosmologicznej ewolucji i czynią to często z pobudek (jawnie lub w sposób zawoalowany) religijnych. Ideologia ta nie tylko wskrzesza dawne teologiczne błędy manicheizmu, ale jest również sprzeczna z naukowym rozumieniem Wszechświata.

Matematyka i jej zastosowania do fizyki są najprawdopodobniej jedynymi dziedzinami, w których potrafimy wyjść poza ograniczenia naszych intuicji i stopniowo odsłaniać warstwy tego, co można by nazwać Logosem Wszechświata.

SUMMARY

NECESSITY AND RANDOM EVENTS IN THE EVOLUTION OF THE UNIVERSE

There are two extremities in contemporary discussions on the role of random events in the evolution of the Universe: one extremity consists in reducing the evolution to a blind game of random events, the other extremity

consists in seeing everywhere traces of the “intelligent design”. Both these doctrines are based on misunderstandings. It is argued that casual or random events are not a “foreign body” in the network of physical laws, but rather its indispensable element without which the laws of physics would be ineffective.

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 13–24

Andrzej Szostek MIC
Instytut Filozofii Teoretycznej KUL
Lublin

ZNACZENIE EDUKACJI MATEMATYCZNEJ W HUMANISTYCE[*]

Zacząć muszę od małego zastrzeżenia. Nie jestem matematykiem, raczej humanistą — i o poziom kształcenia humanistycznego mi tu chodzi. Sądzę bowiem — i tę tezę spróbuję pokrótce przedstawić i uzasadnić — że *dobra formacja humanistyczna wymaga dobrej edukacji matematycznej*. Ta teza nie wydaje się oczywista. Raczej sądzimy, że społeczeństwu potrzebna jest *oprócz* fachowców wykształconych matematycznie i technicznie *także* elita humanistyczna, by kultura nasza była pełniejsza i bardziej ludzka; by nie sprowadzała się do techniki i ekonomii: dziedzin traktowanych jako płaszczyzna *bonum utile*, dobra użytecznego, które ma być użyteczne w końcu dla człowieka właśnie. To prawda — i to prawda ważna, ale nie tu miejsce, by ją przypominać i rozwijać. Uważam jednak, że edukacja i swoista „mentalność" matematyczna nie tylko cechuje pewien specyficzny typ umysłowości, różny od humanistycznego, ale że może ona i powinna istotnie przyczynić się do pogłębienia samej humanistyki. Jednym z kluczowych dla niej pojęć jest kategoria *rozumienia*: rozumienia człowieka,

---

[*] Jest to zmodyfikowana wersja tekstu zaprezentowana w styczniu 2006 roku w ramach sesji „Bez matematyki kariery nie zrobisz", zorganizowanej przez Rektora Politechniki Gdańskiej. Por.: *Pismo pracowników i studentów Politechniki Gdańskiej*, kwiecień 2006, ss. 23–26.

jego psychiki, rozwoju, dziejów, twórczości artystycznej — i o związek pomiędzy edukacją matematyczną a takim rozumieniem człowieka będzie mi szczególnie chodzić. Pominę więc rolę, jaką matematyka odgrywa w badaniach statystycznych: w socjologii, psychologii, a coraz bardziej także w naukach historycznych. To oczywiście rola doniosła, ale — podobnie jak w odniesieniu do nauk przyrodniczych — raczej bezdyskusyjna.

Rozważania swe rozpocznę od krótkiej charakterystyki tego, co daje umysłowości młodego człowieka edukacja matematyczna, by w drugim punkcie pokazać na kilku przykładach, jak jej zalety mogą wesprzeć jego zdolność do rozumienia człowieka i jego dzieł, a przez to do pogłębienia formacji humanistycznej naszej młodzieży. Na koniec zgłoszę małe pytania-postulaty pod adresem programu i sposobu nauczania matematyki w szkołach, by mogła ona dobrze tę szlachetną rolę pełnić.

1. ZALETY MYŚLENIA MATEMATYCZNEGO

Jest ich zapewne wiele, ale trzy z nich zasługują — jak sądzę — na wyróżnienie.

a. Pierwszą i najważniejszą z nich jest *rozwijanie wyobraźni*, prowadzącej do sprawności w myśleniu abstrakcyjnym. Dziecko w pierwszej klasie szkoły podstawowej uczy się dodawać i odejmować. Co się za tym matematycznym elementarzem kryje? Otóż mały człowiek zaczyna dostrzegać to, co łączy skądinąd całkiem różne przedmioty: jabłuszka, drzewa, ludzi, gwiazdy: że oto w odniesieniu do każdego z tych zbiorów przedmiotów, w istocie do zbioru przedmiotów dowolnych, stosują się te same reguły. Czy dodam dwa patyczki do dwóch patyczków, czy dwie lalki do dwóch lalek, to zawsze mam cztery. A potem uczy się mnożenia i dzielenia, a tym samym wchodzi na nieco wyższy stopień abstrakcji: zamiast kolejno dodawać orzeszki zebrane w pięciu kupkach po cztery w każdej, może pomnożyć liczbę orzeszków w jednej kupce przez liczbę kupek — i już wie, że orzeszków jest w sumie dwadzieścia. Proszę wybaczyć ten powrót do świata sześciolatków, ale musimy docenić to, co się w tych małych umysłach dzieje: dziecko uczy się dostrzegać w mnogim świecie konkretnych, jednostkowych przedmiotów wspólne — liczbowe — ich cechy oraz uczy się podstawowych na nich operacji. Okazuje się to przydatne w codziennym życiu, w zabawie z rówieśnikami i w sklepie, ale nie to jest najważniejsze: istotne jest to, że rozwija w sobie swoistą wyobraźnię. Świat już inaczej postrzega, uczy się odróżniać to, co w poszczególnych konkretach jednostkowe i niepowtarzalne, od tego, co wspólne. Tędy wiedzie droga do innych odróżnień: ludzi od zwierząt i rzeczy, zabawy od obowiązków, rzeczowników od czasowników. Oczywiście, można odróżnić krzesła od stołów nie znając tabliczki mnożenia, ale chodzi mi o to, jak bardzo elementarne operacje arytmetyczne pobudzają wyobraźnię i rozwój abstrakcyjnego myślenia, stanowiącego fundament wszelkiej wiedzy.

Potem przychodzi czas na geometrię, gdzie wyobraźnia ta i sprawność arytmetyczna odniesiona jest do przestrzeni, w niej odnajdując znów cechy i zależności wspólne różnym płaszczyznom i bryłom, niezależnie od tego, z czego są zrobione i do czego służą. Obawiam się jednak, że na tym to, co fascynujące w szkolnej matematyce jakby się kończy. Następują kolejne wzory i dowody, mnożą się symbole, coraz to bardziej abstrakcyjne, odległe od codziennego życia, coraz trudniejsze i bardziej nużące dla tych, którzy takimi „robaczkami” na papierze i funkcjami akurat się nie ekscytują. Do pytań i postulatów dotyczących nauczania matematyki przejdę później, już tu jednak trzeba zapytać: dlaczego tak się dzieje, że ten fascynujący proces pobudzania wyobraźni i myślenia abstrakcyjnego tak szybko i tak nagle w szkole się urywa?

b. Matematyka, to — po drugie — szkoła *ścisłego myślenia*. Tu nie ma miejsca na przypuszczenia i osobiste komentarze; dowód, to dowód. Język musi być jednoznaczny i precyzyjny, choć wyobraźnia nadal działa. Wiadomo, że do tych samych twierdzeń można dochodzić różną drogą, zaczyna pojawiać się nowa kategoria „okołomatematyczna”: prostota i elegancja dowodów, a także samych terminów matematycznych[1]. Dziecko w szkole uczy się, jak od pytań i hipotez dochodzi się do odpowiedzi i pewników, jak przezwyciężać wątpliwości, jak rozwiązywać problemy. Uczy się podstaw logicznego myślenia, odróżniania racji (argumentów) zdrowych od pozornych, uczy się tego, by przekonania oparte były na rzetelnych przesłankach.

Uczy się — albo się nie uczy. W programach szkolnych nie ma logiki, zresztą nawet wtedy, gdy była (sam ją w szkole miałem), osuwała się szybko — podobnie, jak matematyka — w zamknięty krąg abstrakcyjnych symboli i wewnętrznych zależności formalnych, oderwanych od życia codziennego, a także od dyscyplin humanistycznych. Dziś zaś matematyka pozostaje *jedynym* przedmiotem szkolnym ćwiczącym w ścisłym myśleniu. Odsunięcie jej od humanistyki sprawia, że ta ostatnia sprowadzana bywa nader łatwo do *zapamiętywania:* faktów, dat, nazwisk, obowiązujących interpretacji dzieł literackich. Uczeń staje się chodzącą encyklopedią, dość wybiórczą i dziurawą. Rychło zresztą dziury w niej się mnożą i powiększają, bo związek lekcji historii i języka polskiego z codziennym życiem także jest luźny i przypadkowy, a często żaden.

Nie chcę pomniejszać znaczenia erudycji w dyscyplinach humanistycznych; jakaś wiedza o najważniejszych wydarzeniach historycznych i dziełach literackich jest niezbędna, by można było w ogóle mówić o humanistycznej kulturze. Ale jej przyswajanie i rozwijanie polega właśnie na *myśleniu*, nie tylko na zapamiętywaniu i ewentualnym przeżywaniu doniosłych momentów w naszych dziejach lub wzlotów ludzkiego ducha. Polega na próbie *zrozumienia* swoistej logiki tych wydarzeń i wzlotów, próbie wniknięcia w motywy i racje tych, których życie i dokonania poznajemy. Wtedy dopiero okazują się one wielowarstwowe, dramatycznie poplątane, pasjonujące. I znów: na później zostawiając sobie egzemplifikację tych opinii, poprzestańmy tu na nieco smutnej konstatacji: nieobecność w edukacji humanistycznej

[1]Przypomnieć warto, że piąty aksjomat Euklidesa, podważany przez twórców geometrii nieeuklidesowej, miał niezwykle skomplikowaną formułę, wynikającą z ograniczonego języka matematyki starożytnych Greków. Por.: K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Bezmiar matematycznej wyobraźni*, Opole 2005, s. 132.

specyficznej dla matematyki i logiki dążności do precyzji sformułowań, kategorii dowodzenia, przechodzenia od założeń i hipotez do wniosków i pewników — pozbawia dyscypliny humanistyczne tego, co w nich najcenniejsze i najciekawsze: rozumienia człowieka i ludzkich spraw; rozumienia polegającego (jak można to wyczytać w encyklopediach) na intelektualnym ujęciu istoty rzeczy, a także na wczuwaniu się w treść cudzych przeżyć, pragnień, motywów postępowania, w świat wartości innych ludzi[2].

c. Trzecią wreszcie godną uwagi cechą myślenia matematycznego jest jego *organiczna jedność*, która zmusza do systematyczności w jej stopniowym przyswajaniu. Uczeń może opuścić lekcję o Wojnie Peloponeskiej, nie przeszkadza mu to (pozornie!) dobrze poznać (czytaj: dobrze zapamiętać) Cezara i jego dokonania; może nie przeczytać *Wiernej rzeki* Żeromskiego, ale dostać dobry stopień z odpowiedzi o *Lalce* Prusa. W matematyce tak się nie da. Jeśli nie nauczy się dodawać, to nie będzie umiał mnożyć, jeśli nie przyswoi sobie podstaw geometrii, to nic nie pojmie z trygonometrii. Dlatego luki w edukacji matematycznej ciągną się potem latami, a matematyka staje się zmorą dla tych, którzy nadmiarem systematyczności w nauce nie grzeszą.

Tylko czy już ta różnica nie wskazuje, jak niebezpieczny *dla humanistyki* jest taki brak systematyczności? Wojnę Peloponeską dzieli od Cezara czas i miejsce, ale jak pojąć ewolucję państwa, zmaganie pomiędzy demokracją a absolutyzmem, istotę hellenizmu — jeśli się tych (i paru jeszcze innych) wydarzeń i procesów starożytnych dziejów nie powiąże w jedną całość? Żeromskiego wiele różni od Prusa, obaj jednak są wybitnymi przedstawicielami pozytywizmu polskiego; jak *jego* istotę zrozumieć, gdy się obu tych pisarzy (i paru jeszcze innych) nie zna dość dobrze? Brak systematyczności w edukacji humanistycznej powoduje jej atomizację, sprowadza do luźnego zestawu przypadkowych wiadomości, słabo z sobą powiązanych. Owszem, uczeń musi także zapamiętać pewne opinie na temat hellenizmu lub pozytywizmu, ale one także są suche, nie pogłębione, w złym tego słowa znaczeniu: abstrakcyjne. Nie znam aktualnych programów szkolnych

[2]Por.: *Nowa Encyklopedia Powszechna*, t. 5, Warszawa 1997, s. 614.

historii i języka polskiego, nie chcę w swych opiniach być niesprawiedliwy, ale w oparciu o własną edukację, a także o rozmowy ze studentami pierwszych lat studiów podejrzewam, że mało w tych programach tematów przekrojowych, ukazujących pewną logikę dziejów, swoistą dialektykę tendencji kulturowych: związków pomiędzy literaturą rodzimą a światową, pomiędzy literaturą a innymi dziedzinami sztuki, pomiędzy polityką a kulturą i ekonomią, pomiędzy odkryciami naukowymi a prądami światopoglądowymi. Jeśli już, to takie przekrojowe konstatacje (konstatacje raczej, niż tematy) pojawiają się jako podsumowanie pewnego etapu historii świata lub historii literatury, też „zadane" do zapamiętania raczej, niż wnioski, które uczeń może w miarę samodzielnie wyciągać. Wiem, wszystkiego w szkole wyłożyć się nie da, czasu nie starcza. Chodzi mi jednak o zasadniczą tendencję w humanistycznej edukacji: o to, jaki nacisk położony jest na nabycie wiadomości, a jaki na refleksję nad nimi. Także o to, jak dalece ta ostatnia odsłania organiczny charakter wiedzy humanistycznej, której nie sposób objąć bez wymogu systematyczności w nauce.

2. WYBRANE PRZYKŁADY HUMANISTYKI ROZUMIEJĄCEJ (Z MATEMATYKĄ W TLE)

Zacznę od wspomnienia z czasów mojej szkolnej edukacji. Nie wiem, czy był to pomysł nauczycielki historii, czy któregoś z uczniów, ale ktoś zaproponował, by urządzić proces, na wzór rozprawy sądowej, w którym oskarżonym byłaby jakaś postać historyczna w związku z jej kontrowersyjną decyzją. Uczestniczyłem w pierwszym takim procesie, broniąc Bolesława Krzywoustego przed zarzutem, że fatalnie uczynił, dokonując dzielnicowego rozbioru Polski. Ustawiliśmy naprzeciw siebie stoliki oskarżyciela i obrońcy, wygłaszaliśmy podniosłe mowy, wygłupialiśmy się przy tym setnie, ale pani profesor postanowiła, że o tym, kto ma rację, zdecyduje klasa przez jawne głosowanie; zwycięzca otrzymuje piątkę, pokonany czwórkę. Ileż ja się naczytałem *Polski Piastów* Pawła Jasienicy! Ale sprawę wygrałem — a decydującym okazał się argument, że z perspektywy Krzywoustego, którego państwo sąsiadowało z już podzielonymi państewkami niemieckimi; którego pierwszy syn pochodził z innej matki, niż pozostali; który miał więc podstawy do obaw, że po jego śmierci Polskę czeka krwawa wojna domowa — otóż z tej perspektywy podział, który zaproponował, z dzielnicą senioralną, która powinna dawać przewagę seniorowi nad pozostałymi, mógł się wydawać najrozsądniejszym wyjściem. Tego, że mimo wszystko obróciło się ono na szkodę kraju, książę nie mógł przewidzieć (zresztą nie wiadomo, co by się stało, gdyby tego nie uczynił). Nawiasem mówiąc, ten sam argument („Łatwo nam dziś krytykować dawnych władców, gdy patrzymy na wydarzenia z innej perspektywy historycznej") sprawił, że przegrałem jedną z kolejnych spraw, gdy krytykowałem Władysława Warneńczyka za wyprawę na południe i awanturę z Turkami. Ale istotne jest nie to, kto z nas wygrał proces, lecz to, że wyszliśmy z kręgu obowiązującego wówczas (wczesne lata 60-te) kanonu interpretacji wydarzeń historycznych i próbowaliśmy *zrozumieć* to, co się wówczas działo: wczuć się w ówczesną atmosferę, wyobrazić sobie różne scenariusze wydarzeń, porównać racje skłaniające do alternatywnych rozwiązań zaistniałych problemów. NB. nauczycielka zasłużyła na medal za ten pomysł, a ona nas błagała: „Tylko niech się o tym dyrektor nie dowie!".

Gdzie tu matematyka? W pobudzonej wyobraźni, w szukaniu analogii łączącej różne procesy, w próbie wydobycia logiki wydarzeń, w nacisku położonym na siłę argumentu. I oto historia okazała się pasjonująco ciekawa, nasycona dramatyzmem, wielowarstwowa. A literatura: ileż daje okazji do takich rozważań! Pamiętam, że dotknęliśmy w podobny sposób tylko dwuznaczności *Konrada Wallenroda* (zresztą omówionego z naszej, uczniów inicjatywy; miałem szczęście do dobrych nauczycieli i dobrej atmosfery w klasie). Pozostałe problemy moralne (podejmowane w oparciu o *Niemcy* L. Kruczkowskiego, *Lalkę* B. Prusa i parę innych utworów literackich) podnoszone były ze z góry założoną tezą, do której należało dojść. Robiło się — na historii i w ramach języka polskiego — ideologię, która zastępowała myślenie obowiązującymi kanonami interpretacji i moralnej kwalifikacji. Dziś pancerza ideologicznego nikt nam, Bogu dzięki, nie nakłada, jest więc okazja, by *zmienić styl edukacji humanistycznej*, ale zmienić go głęboko: tak, by pobudzić do samodzielnego myślenia. Nie polega ono na prymitywnym uporze sprowadzającym się do prostej deklaracji „A ja się z tym nie zgadzam!”, lecz na próbie zrozumienia obu (lub więcej) opozycyjnych stanowisk, ważenia argumentów, wyobrażenia sobie różnego przebiegu zdarzeń wynikającego z różnych rozstrzygnięć dyskutowanych problemów.

Polega też na wysiłku jasnego formułowania swych myśli, wychodzeniu poza proste recytowanie wyuczonych wiadomości, albo chaotyczne ekspresje swych uczuć. Znajoma opowiadała mi, że była kiedyś w niemieckiej szkole podstawowej. Był początek roku szkolnego i uczniowie mieli przygotować opowiadanie o najciekawszych wrażeniach wakacyjnych. Ale lekcja nie sprowadzała się do prezentacji szeregu takich relacji. Opowiadał jeden tylko uczeń, a potem klasa, pod kierunkiem nauczycielki, oceniała jego opowiadanie: czy mówił zrozumiale, czy się nie powtarzał, czy tego, co najciekawsze nie powiedział za szybko, osłabiając w ten sposób atrakcyjność opowiadania itp. Takich lekcji myślenia i mówienia bardzo potrzebujemy.

I znów: matematyka nie jest tu obecna wprost, ten uczeń na pewno nie myślał o liczbach czy rachunkach. Nie myśli też o trójkącie równobocznym ani o sinusach ten, kto analizuje dzieło literackie. Ale matematyka właśnie — i (w dojmującym braku logiki) tylko ona — daje uczniowi sposobność ćwiczenia się w precyzyjnym wypowiadaniu się, w „eleganckim”, odznaczającym się szlachetną prostotą, konstruowaniu swej wypowiedzi, w giętkości myśli i szukaniu istoty zjawisk. Nie zapominajmy, że ten sam uczeń chodzi na lekcje matematyki i historii i — czy jest tego świadom, czy nie — kształtuje swój *jeden umysł*, w którym różne motywy i sprawności wzajem się przenikają.

Kiedy mówię o znaczeniu edukacji matematycznej dla humanistyki, to mam też na myśli takie jej dziedziny, które w szkole są słabo lub wcale nie reprezentowane. Na przykład *muzykę*. Ją także można percypować różnie. Oczywiście, potrzebny jest elementarny słuch muzyczny i jakaś wrażliwość, ale jej pełne smakowanie wymaga czegoś więcej. Kto nie wie, czym się różnią wariacje od ronda, ani co to jest sonata (ze szczególną strukturą pierwszej jej części), kto nie „czyta” poszczególnych głosów w inwencjach i fugach, ani nie dostrzega zasadniczego motywu konstruującego całą V lub IX symfonię Beethovena, ten będzie „odczuwał” muzykę na poziomie emocjonalnym (ważnym, oczywiście), ale nie sięgnie do innego jej wymiaru. Nie będzie mógł dostrzec geniuszu kompozytora, ani maestrii wykonawczej — a przy dzisiejszej technice nagrywania mamy znakomitą, nieznaną w przeszłości możliwość delektowania się różnorodnością wykonawczą wielu artystów. Prof. Władysław Stróżewski powiedział kiedyś, że wielkość dzieła mierzy się między innymi mnogością jego interpretacji: różnych, ale uzasadnionych zasadniczą jego ideą. Żeby jednak te możliwości dostrzec, trzeba na samą logikę dzieła być wrażliwym, trzeba mieć ucho „myślące”, nie zaś tylko „czujące”. O muzyce wspominam nie przypadkiem: to sztuka szczególnie „beztreściowa” — i w tym sensie formalna. Nie dziwi to, że zdolności oraz upodobania muzyczne i matematyczne tak często idą z sobą w parze.

O kształceniu muzycznym tego typu w szkołach można tylko marzyć — a przecież na podobną edukację zasługują wszystkie dziedziny sztuki. Szkoła nie jest w stanie tego pomieścić, ale to nie powód do rozdzierania szat. Nie każdy będzie miał — także po maturze — okazję i ochotę do zagłębiania się w całe bogactwo świata sztuki. Szkoła może jednak kształtować pewien *styl kontaktu z nią*, nastawienie aktywne, szukające głębszych jej pokładów, rządzącej nią logiki. W tym pomocna może być matematyka w sposób omówiony wcześniej.

W szkole jednak powinna pojawić się filozofia: właśnie dlatego, by cała wiedza nabywana w ramach poszczególnych przedmiotów nie pozostała zatomizowana, a przez to pozbawiona głębszej perspektywy, wyzbyta odniesienia do życia człowieka, który — poprzez wykształcenie — przygotować się ma do pełnienia jakiejś społecznej roli, do uczestnictwa w pomnażaniu kultury, do ułożenia w końcu własnego projektu życiowego, wykraczającego ponad bierne poddanie się zastanym warunkom i mechanizmom społeczno-ekonomicznym. Tę ambicję budzić może refleksja filozoficzna, której sens polega właśnie na próbie zrozumienia sensu świata, dziejących się zdarzeń, samego człowieka i perspektyw jego samorealizacji. Ale i tę funkcję filozofia spełni, jeśli będzie szkołą myślenia, nie zaś tylko kolejnym „przedmiotem", w ramach którego uczeń będzie musiał zapamiętać określony zestaw nazwisk, pojęć i stanowisk. I znów: bez matematycznej wyobraźni, dyscypliny myślenia i systematyczności w ogarnianiu filozoficznych idei, nie da się tego zrobić.

3. JAK UCZYĆ MATEMATYKI?

Czy nie „naciągam" trochę realiów szkoły, w jej zaś ramach znaczenia matematycznej edukacji, do założonej z góry tezy o jej przydatności dla formacji humanistycznej? No bo gdzie szukać przejścia od trygonometrii do muzyki Bacha i Beethovena lub idei Platona? Starałem się pokazać, że przejście jednak jest: nie poprzez mechaniczną aplikację twierdzeń lub dowodów matematycznych do historii lub analizy dzieła literackiego, ale poprzez pobudzanie wyobraźni, nabywanie sprawności ścisłego myślenia, organiczny (wymagający systematyczności) charakter tej edukacji. Ale trzeba zapytać, czy obowiązujący dziś w szkole program matematyki służy temu celowi dobrze; czy nie mógłby lepiej. Znów muszę się zastrzec, że programu tego w szczegółach nie znam, pozostawiam ocenie Czytelników uznanie, jak dalece moje dalsze pytania i postulaty są aktualne i spełniane.

A pytania są następujące: oto wpadła mi w ręce interesująca książka Krzysztofa Ciesielskiego i Zdzisława Pogody *Bezmiar matematycznej wyobraźni*[3]. Przeczytać w niej można sporo o topologii, rozmaitościach, wielowymiarowości i fraktalach. W szkole o tym nie słyszałem. Nawet z geometrią analityczną i teorią mnogości zetknąłem się dopiero w trakcie studiów filozoficznych (choć wiem, że teoria mnogości weszła już do programu szkolnego). Czy jest to tak wysoka matematyka, że uczeń w szkole naprawdę nie jest w stanie nic z niej pojąć? Nie chodzi o prezentację wszystkich osiągnięć współczesnej matematyki, ale o pobudzenie wyobraźni, a tę funkcję topologia zdaje się pełnić znakomicie. Aż się prosi, by fraktale ilustrować naturalnym

[3] K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Bezmiar matematycznej wyobraźni*, dz. cyt.

kształtowaniem się flory (nie mówiąc o możliwościach, jakie daje w tej materii technika komputerowa). Podobnie geometria nieeuklidesowa: z pewnością za trudna, by ją w całej rozciągłości włączyć w program szkolny, ma jednak wyraźne odniesienie do frapujących idei kosmologicznych, z teorią względności na czele. Młody umysł jest znacznie podatniejszy na takie operacje; wiemy, że dzieci dużo łatwiej, niż dorośli układają kostkę Rubika i uczą się programów komputerowych. Może więc warto w edukacji matematycznej zrezygnować z niektórych elementów tradycyjnej arytmetyki i geometrii na rzecz idei lepiej rozwijających wyobraźnię ucznia, a także tych, które bliższe są innym dyscyplinom? Nie chodzi tu jeszcze o humanistykę, ale o zaciekawienie samą matematyką i pokazanie zasadniczego związku pomiędzy jej formalnymi z natury analizami a otaczającą nas rzeczywistością. Dobrzy dydaktycy próbują łączyć naukę ze spontaniczną ciekawością świata, a nawet z zabawą. Niewątpliwie łatwiej taki zamysł realizować w ramach lekcji biologii, geografii lub fizyki; można robić wycieczki krajoznawcze i aranżować interesujące eksperymenty. Jak wspominałem poprzednio, można tak urozmaicić także lekcje historii i języka polskiego, z matematyką jest pewnie trudniej. Chyba jednak warto pokusić się o próbę urozmaicenia także tego przedmiotu, poprzez przełamanie monotonnego trybu wykładu kolejnych dowodów i twierdzeń (na które też oczywiście musi być miejsce) na rzecz ćwiczeń w samodzielnych próbach udowodnienia niektórych twierdzeń, a także na rzecz ukazywania ciekawych idei, nawet jeśli nie można ich zaprezentować w całej rozciągłości. Tylko czy nauczyciele matematyki są do tego przygotowani: matematycznie i dydaktycznie?

Na koniec jedna uwaga. Nie łudźmy się: najlepsze programy nie wyprodukują automatycznie szerokiego grona szczerze zainteresowanych matematyką, ani inspirowanych matematycznym myśleniem dojrzałych humanistów. Nauczyciele zawsze borykać się będą z tępym oporem tych, dla których wszelka wiedza i myślenie są ciałem całkowicie obcym. Trudno; ludzie nie są w swych zainteresowaniach i zdolnościach równi i nie dla wszystkich droga do rozwoju myślowego stoi na równi otworem. Chodzi o to, by pomóc tym, którym pomóc warto;

by nie podporządkowywać się zbyt skrupulatnie zasadzie głoszącej, że wycieczka musi iść tempem najsłabszego jej uczestnika. Nie wszyscy muszą dostać piątki, ale niech ci, których na to stać, znajdą w szkole inspirację do rozwijania swych zainteresowań. W szczególności: niech mają szansę zaciekawić się także matematyką, która — w sposób przez wielu nie uświadamiany i nie doceniany — wpływa również na formację humanistyczną.

„Co było do okazania...”.

SUMMARY

MATHEMATICS IN HUMANITIES

The topic of the article is the role of the mathematical education in the humanistic education (history, history of literature and art etc.). Author underlines the meaning of *understanding* as the fundamental notion of the humanities. The lack of the understanding perspective leads the humanistic education to the superficial knowledge of facts and dates, always incomplete and not very useful for the grasping of the specific world of the human thinking and motivation. Mathematics, as the only pure formal subject in the Polish school educational program (there are no classes in logic in these schools), can provide the student at least with three important abilities. Namely, mathematics education improves the *imagination* of the school-boys and girls (starting with the simple summing up and multiplication operations), *deduction* (as opposite to founding our convictions only on the opinions) and *integrity of the knowledge* (it is impossible to comprehend the more advanced mathematics theses with no knowledge of the other, more fundamental parts of it; much the same it is impossible e. g. to comprehend the essence of the historical processes without knowledge of the all important elements of them). However, what is needed in the school program in mathematics is some information about the more advanced mathematical theories and its applications to the other kinds of science (mathematics in cosmology, fractal theory, topology), These theories cannot be presented completely on this level of education, yet can improve the imagination of the youth to help to recognize the relevance of mathematics for the understanding of the whole world, its structure and dynamism.

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 25–39

Tadeusz Pabjan
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych
Kraków

DAVIDA BOHMA TEORIA ZMIENNYCH UKRYTYCH

W niektórych publikacjach, dotyczących twierdzenia Bella, można spotkać się z opinią, że twierdzenie to pozwala w sposób ostateczny rozstrzygnąć spór pomiędzy standardowym sformułowaniem mechaniki kwantowej i teorią zmiennych ukrytych. Łamanie nierówności Bella potwierdza — zgodnie z tym poglądem — poprawność standardowej mechaniki kwantowej i dyskwalifikuje każdą teorię, która postuluje uzupełnienie tej teorii o zmienne ukryte. Taka interpretacja twierdzenia Bella nie jest jednakże ścisła: łamanie nierówności Bella dowodzi jedynie, że niepoprawne są lokalne teorie zmiennych ukrytych; wynik ten nie falsyfikuje jednakże teorii nielokalnych. Przykładem tego typu teorii jest mechanika kwantowa w interpretacji Davida Bohma. Fizyk ten przez wiele lat rozwijał i uzupełniał swoją oryginalną teorię z roku 1952, chociaż zasadnicze elementy jego interpretacji nigdy nie uległy istotnej zmianie. W niniejszym artykule przedstawiona zostanie ogólna charakterystyka tej koncepcji i sformułowane zostaną argumenty za tym, że teoria ta stanowi poważną i atrakcyjną alternatywę dla standardowego sformułowania mechaniki kwantowej.

1. KULISY SFORMUŁOWANIA TEORII

Dosyć często zdarza się, że światopogląd naukowca lub wyznawana przezeń filozofia w istotny sposób wpływają na ostateczny kształt teorii naukowej, nad którą pracuje. Prawidłowość tę potwierdza historia Davida Bohma (1917–1992). Gdy po II wojnie światowej rozpoczynał swoją karierę naukową, był przekonanym marksistą i jak każdy wyznawca tego typu filozofii, głęboko wierzył, że świat przyrody jest deterministyczny[1]. Nic dziwnego, że standardowe sformułowanie mechaniki kwantowej, w którym indeterminizm jest podstawową i nieusuwalną własnością fizycznej rzeczywistości, wydawało się mu rozwiązaniem niesatysfakcjonującym. Sukcesy mechaniki kwantowej stanowiły jednakże istotny argument za tym, że teoria ta jest poprawna. Próbując przekonać siebie samego do tego, że jest to teoria „filozoficznie akceptowalna"[2], Bohm w roku 1951 opublikował podręcznik do mechaniki kwantowej[3], podkreślając w nim szczególnie problem interpretacji tej teorii. Podręcznik został bardzo dobrze oceniony przez środowisko naukowe. Wiele wskazywało na to, że próba przekonania samego siebie zakończyła się sukcesem. Okazało się jednakże, iż książkę Bohma i jego zainteresowanie problemem interpretacji mechaniki kwantowej zauważył również Einstein, który postanowił podzielić się z Bohmem własnymi wątpliwościami co do zupełności tej teorii. Po spotkaniu z Einsteinem Bohm na nowo nabrał przekonania, że standardowe sformułowanie mechaniki kwantowej nie jest słuszne[4], i rozpoczął poszukiwania nowej interpretacji teorii kwantów, która umożliwiłaby realistyczny opis zjawisk kwantowych.

[1]Por. M. Gell-Mann, *Kwark i jaguar*, Wydawnictwo CIS, Warszawa 1996, s. 235.

[2]Tamże.

[3]D. Bohm, *Quantum Theory*, Prentice Hall, New York 1951.

[4]Einstein był pod wrażeniem książki Bohma; po jej przeczytaniu sam zaproponował spotkanie jej autorowi. Kilka dni później przebieg spotkania Bohm w następujący sposób zrelacjonował Gell-Mannowi: „Przekonał mnie. Jestem znów w tym samym miejscu, co przed napisaniem książki"; M. Gell-Mann, dz. cyt., s. 235.

Owocem tych poszukiwań stał się artykuł z roku 1952[5], w którym Bohm — wbrew twierdzeniu von Neumanna, głoszącemu, że formalizmu mechaniki kwantowej nie można uzupełnić o ukryte parametry — przedstawił własną teorię zmiennych ukrytych, w której występują oddziaływania nielokalne. Teoria ta nie była oryginalnym pomysłem Bohma, ale opracowaną na nowo koncepcją Luisa de Broglie'a[6] (z tej racji nazywa się ją również teorią de Broglie'a-Bohma), który przestał się nią interesować po tym, jak w roku 1927 spotkała się ona z ostrą krytyką obozu kopenhaskiego[7]. Chociaż z eksperymentalnego punktu widzenia teoria Bohma była równoważna standardowemu sformułowaniu mechaniki kwantowej, została ona zignorowana przez świat naukowy. Sytuacja ta nie zmieniła się nawet wtedy, gdy w roku 1966 John Bell wykazał, że twierdzenie von Neumanna, chociaż poprawne pod względem formalnym, oparte jest na nieuzasadnionych fizycznie założeniach, dotyczących ukrytych parametrów — co oznaczało, że nie jest słuszny jeden z podstawowych argumentów, formułowanych przeciwko teorii zmiennych ukrytych.

W roku 1964 pojawiło się twierdzenie Bella, a kilkanaście lat później przeprowadzono pierwsze doświadczenia typu EPR, potwierdzające łamanie nierówności Bella. Co istotne, w eksperymentach wykorzystano oryginalny pomysł Bohma, by w przypadku cząstek, pozostających w stanie splątanym, badać korelacje ich spinów, a nie położeń i pędów. Wyniki, otrzymane przez grupę Aspecta, falsyfikowały jedynie lokalne teorie zmiennych ukrytych, a zatem nielokalna teoria Bohma nie została w tym przypadku przekreślona; co więcej, nielokalność tej interpretacji stała się — w świetle twierdzenia Bella —

[5]D. Bohm, „A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of 'Hidden' Variables", *Physical Review* 85 (1952), s. 166–193.

[6]L. de Broglie, *Tentative d'interpretation causale et non-linéaire de la méchanique ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris 1956.

[7]John Bell wypowiada na ten temat następującą uwagę: „De Broglie przedstawił taką teorię w 1927 roku, ale został wyśmiany. Wydaje mi się to dość haniebne, bo nikt nie obalił jego argumentów, po prostu go zakrzyczeli"; *Duch w atomie*, P.C.W. Davies, J.R. Brown (red.), Wydawnictwo CIS, Warszawa 1996, s. 75.

istotnym argumentem przemawiającym na jej korzyść. Nie zmieniło to jednak prawie wcale nastawienia fizyków do interpretacji Bohma.

Przez kilka ostatnich lat swego życia Bohm współpracował z Basilem Hiley'em, a ich wspólne poszukiwania alternatywnej interpretacji mechaniki kwantowej zaowocowały wydaną już po śmierci Bohma książką *The Undivided Universe: An Ontological Interpretation of Quantum Theory*[8]. Mechanika kwantowa w tej interpretacji jest teorią nielokalną, deterministyczną i realistyczną, a jej zasadniczym elementem jest „potencjał kwantowy".

2. KWANTOWY POTENCJAŁ I JEGO WŁASNOŚCI

Jednym z bardziej kontrowersyjnych aspektów kopenhaskiej interpretacji mechaniki kwantowej jest to, że interpretacja ta odrzuca koncepcję wyjaśniania świata przyrody. Pojęcie naukowego wyjaśniania jest pojęciem wieloznacznym i mało precyzyjnym. Niezależnie jednak od przyjmowanej koncepcji wyjaśniania można się zgodzić z tym, że wyjaśnianie nie jest jedynie prostym opisem danego zjawiska, ale sprowadza się do zidentyfikowania procesów, które za tym zjawiskiem się kryją. Jeśli chodzi o przedstawicieli szkoły kopenhaskiej, to głosili oni, że w świecie kwantowym tego typu identyfikacja nie jest możliwa. Według Bohra, matematyczny formalizm mechaniki kwantowej ma służyć jedynie jako narzędzie, umożliwiające opis zjawisk świata kwantowego, które nie daje żadnych podstaw do dywagacji na temat tego, co się za tymi zjawiskami kryje. Tego typu podejście jest konsekwencją założenia, zgodnie z którym rzeczywistość sama w sobie nie tylko jest niepoznawalna, ale wręcz jest całkowicie nieokreślona. Podstawowy zarzut, jaki Bohm kierował pod adresem kopenhaskiej interpretacji, dotyczył właśnie tego zagadnienia. Zdaniem Bohma, interpretacja ta w rzeczywistości „niczego nie wyjaśnia, a tylko dostarcza wzorów, pozwalających przewidzieć pewne wyniki. Ja — deklarował

---

[8] D. Bohm, B. Hiley, *The Undivided Universe: An Ontological Interpretation of Quantum Theory*, Routledge, London 1993.

Bohm — próbuję podać wyjaśnienie”[9]. Wydaje się, że Bohm rozumie wyjaśnienie w zasugerowany powyżej sposób: jako coś, co różni się zasadniczo od samego opisu określonego zjawiska[10]. Co istotne, wyjaśnienie nie oznacza tu jedynie prostej zgodności z klasyczną intuicją, ponieważ rozwiązanie zaproponowane przez Bohma zakłada obecność nielokalnych korelacji pomiędzy obiektami kwantowymi.

„Wyjaśnienie” Bohma przedstawia się następująco: z każdą cząstką kwantową, opisywaną równaniem Schrödingera, cały czas pozostaje stowarzyszona fala pilotująca, która nie jest jedynie — jak było w przypadku funkcji falowej w interpretacji Bohra — obiektem czysto matematycznym, ale polem fizycznym, istniejącym tak samo realnie, jak cząstka, z którą fala jest stowarzyszona[11]. Fala pilotująca jest wypadkową klasycznych potencjałów cząstki i tak zwanego potencjału kwantowego, a jej podstawowe zadanie polega na tym, że decyduje ona o ruchu cząstki — „popycha” ją do tych obszarów przestrzeni, w których prawdopodobieństwo znalezienia cząstki, określone przez kwadrat modułu funkcji falowej, jest największe.

Interpretacja Bohma jest realistyczna, ponieważ w teorii tej cząstka kwantowa posiada cały czas — to znaczy również przed momentem pomiaru — dokładnie określone położenie i prędkość, co pozwala mówić już nie o gęstości prawdopodobieństwa położenia cząstki, ale o trajektorii jej ruchu. Co prawda, zasada nieoznaczoności uniemoż-

---

[9] D. Bohm, *Duch w atomie*; dz. cyt., s. 151. „Mechanika kwantowa powiada [...], że natura jest niepoznawalna, że można tylko rozwiązywać równania, wykonywać pomiary i porównywać wyniki”; tamże, s. 155.

[10] Bohm zapytany o to, czy doświadczenie z dwoma szczelinami można *wyjaśnić* jako skutek interferencji pomiędzy falami, odpowiedział: „To nie jest wyjaśnienie, a tylko opis. Gdyby powiedział pan, że w tym doświadczeniu mamy do czynienia z falą, wówczas byłoby to jakieś wyjaśnienie. Ponieważ jednak elektrony nadlatują jako cząstki, to nie jest to żadne wyjaśnienie. To tylko metaforyczny sposób mówienia”; tamże, s. 151.

[11] “We have effectively been led to the to regard the wave function of an individual electron as a mathematical representation of an objectively real field. This field exerts a force on the particle in a way that is analogous to, but not identical with, the way in which an electromagnetic field exerts a froce on a charge, and a meson field exerts a force on a nucleon”; D. Bohm, “A Suggested Interpretation...”, art. cyt., s. 170.

liwia dokonanie precyzyjnego pomiaru tych wielkości, ale niemożliwość ta nie wynika już z wewnętrznej, fundamentalnej nieokreśloności układu przed momentem pomiaru, ale bierze się stąd, iż pomiar prowadzi zawsze do zaburzenia fali pilotującej, przez co to informacja o tych wielkościach ulega nieodwracalnemu zniszczeniu[12]. W koncepcji Bohma rolę obserwabli odgrywa trajektoria cząstki, chociaż pojęcie to jest tu rozumiane inaczej, niż w mechanice klasycznej, w której do wyznaczenia trajektorii obiektu konieczna jest znajomość położenia i prędkości. W mechanice Bohma trajektoria jest definiowana jedynie poprzez położenie cząstki, ponieważ jej prędkość nie jest niezależną zmienną, ale jest określona przez fazę funkcji falowej w równaniu Schrödingera. To właśnie z tego względu położenie cząstki jest w tej interpretacji traktowane jako „ukryty” parametr układu.

Możliwość dokładnego wytyczenia trajektorii cząstki umożliwia zatem całkowicie deterministyczny opis układu kwantowego: „Podobnie jak pole elektromagnetyczne spełnia równania Maxwella, tak samo pole [fali pilotującej] spełnia równanie Schrödingera. W obydwu przypadkach całkowite określenie pól w danej chwili dla wszystkich punktów przestrzeni, determinuje wartość tych pól dla wszystkich innych chwil. W obydwu przypadkach, jeśli znamy funkcje pola, możemy obliczyć siłę, działającą na cząstkę, a jeśli dodatkowo znamy początkową pozycję i pęd cząstki, możemy wyliczyć jej całą trajektorię”[13]. Determinizm tego rozwiązania[14]odpowiada za to, że mechanika Bohma nazywana jest również kauzalną interpretacją mechaniki kwantowej.

[12]“Particles always had a distinct position and velocity, but any effort to measure these properties percisely would destroy infromation about them by physically altering the pilot wave”; J. Horgan, “The Last Words of a Quantum Heretic”, *New Scientist*, 27 II 1993, s. 38.

[13]D. Bohm, “A Suggested Interpretation...”, art. cyt. s. 170.

[14]Bohm i Hiley uważają jednakże, że wszechświat nie jest całkowicie deterministyczny: “So ultimately our overall world view is neither absolutely deterministic nor absolutely indeterministic. Rather it implies that these two extremes are abstractions which constitute different views or aspects of the overall set of appearances. Which view is appropriate in a given case will depend both on the unknown totality and on our particular mode of contact with it”; D. Bohm, B.J. Hiley, *The Undivided Universe*, Routledge, London 1993, s. 324.

Najważniejszym elementem mechaniki Bohma, odpowiedzialnym za nieklasyczne (np. nielokalne) zachowanie cząstki, jest potencjał kwantowy. Wielkość ta występuje w jednym z równań mechaniki Bohma, ma wymiar energii i wyraża działanie fali pilotującej na stowarzyszoną z nią cząstkę[15]. Co istotne, wpływ potencjału na cząstkę nie zależy od jego wielkości, ale jedynie od postaci. Oznacza to, że potencjał kwantowy nie maleje — jak to ma miejsce w przypadku klasycznego potencjału — wraz ze wzrostem odległości, a zatem może wpływać na trajektorię cząstki niezależnie od tego, jak daleko znajduje się ona od miejsca, w którym określone czynniki powodują zmianę potencjału. Charakterystyczną własnością potencjału kwantowego jest to, że zależy on od całościowej (holistycznej) struktury układu, w którym porusza się cząstka: zawiera on informacje o ewentualnych obserwatorach, aparaturze pomiarowej, przeszkodach, które może napotkać na swojej drodze cząstka i wszystkich innych obiektach, które tworzą dany układ kwantowy. Obszar przestrzeni, o którym informacja zawarta jest w kwantowym potencjale cząstki, w zasadzie jest obszarem nieograniczonym. Ta własność kwantowego potencjału uzasadnia nielokalny charakter tej wielkości i sprawia, że obiekty kwantowe w interpretacji Bohma w rzeczywistości są nieseparowalne: każda cząstka porusza się w sposób zależny od innych cząstek i od tego, w jaki sposób skonfigurowany jest cały układ. Za nielokalne zachowanie cząstek odpowiada w tym przypadku to, że fala pilotująca propaguje się nie w zwyczajnej, trójwymiarowej przestrzeni, ale w wielowymiarowej przestrzeni konfiguracyjnej[16]. W teorii tej istnieje więc „wyraźny kauzalny mechanizm, który powoduje, że układ jednej części aparatu pomiarowego wpływa

[15]Na ten temat, por. D. Bohm, "A Suggested Interpretation...", art. cyt., ss. 170–172. Por. też: „Zakładamy teraz, że pole ψ [fala pilotująca] i ciało są powiązane w tym sensie, że pole ψ wywiera na ciało nowego rodzaju 'kwantowomechaniczną' siłę, która objawia się wyraźnie dopiero w obszarze atomowym. [...] Zakładamy również, że ciało może wywierać odwrotnie oddziaływanie na pole ψ, lecz to odwrotne oddziaływanie w obszarze kwantowomechanicznym jest dostatecznie małe, aby mogło być zaniedbane"; D. Bohm, *Przyczynowość i przypadek w fizyce współczesnej*, Książka i wiedza, Warszawa 1961, s. 192.

[16]Por. J.S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge 2004, ss. 10–11, 115.

na wynik otrzymywany w innej, odległej, części”[17]. Wiele wskazuje na to, że to właśnie ta cecha interpretacji Bohma sprawiła, że Einstein — gorący zwolennik teorii lokalnych zmiennych ukrytych — odniósł się krytycznie do koncepcji potencjału kwantowego.

Kwantowa nielokalność na poziomie makroskopowym przejawia się w postaci korelacji, które świadczą o tym, że pomiędzy oddzielonymi przestrzennie obiektami istnieje wyraźny związek. Bohm podkreśla, że nie należy w tym przypadku mówić o fizycznym sygnale, ponieważ to sugeruje możliwość natychmiastowej wymiany informacji i prowadzi do sprzeczności z teorią względności: „tu chodzi o mniej określony związek, dlatego wolę mówić o połączeniu. Istnieje połączenie, które sprawia, że to, co dzieje się z jedną cząstką, wpływa na drugą”[18]. Koncepcja kwantowego potencjału wyjaśnia istnienie nielokalnych korelacji pomiędzy odległymi zdarzeniami bez pogwałcenia postulatów szczególnej teorii względności — idea ta nie prowadzi do żadnych paradoksów przyczynowych, ponieważ statystyczne wyniki eksperymentów, w których występują oddziaływania nielokalne, są niezmiennicze ze względu na transformacje Lorenza[19]. W interpretacji Bohma nielokalność jest zatem jednym z najistotniejszych aspektów mechaniki kwantowej, którego z tej teorii nie da się w żaden sposób wyeliminować[20]. Zdaniem Bella, to właśnie ta cecha interpretacji Bohma dał początek nowej erze badań nad problemem kwantowej nielokalności[21].

[17]Tamże, s. 11.

[18]D. Bohm, *Duch w atomie*, dz. cyt., s. 154.

[19]Por. tamże, ss. 165–167.

[20]Por. D. Bohm, B. Hiley, “On the Intuitive Understanding of Nonlocality as Implied by Quantum Theory”, *Foundations of Physics*, 5 (1975), ss. 93–109.

[21]“Indeed it was the explicit representation of quantum nonlocality in that picture which started a new wave of investigation in this area”; J.S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, dz. cyt., s. 167.

3. ZALETY INTERPRETACJI BOHMA

Zagadnieniem, które pozwala w prosty sposób zaprezentować wszystkie zalety koncepcji potencjału kwantowego, jest problem interpretacji eksperymentu z dwoma szczelinami[22]. W eksperymencie tym przez przesłonę z podwójną szczeliną przepuszcza się wiązkę złożoną z pojedynczych cząstek (np. elektronów). Na ekranie, umieszczonym za przesłoną, pojawia się wzór interferencyjny — zupełnie tak, jak gdyby przez szczeliny przesłony przedostawały się nie korpuskuły, ale dwie fale, które interferują ze sobą po przejściu przez przesłonę. W swoim artykule z roku 1952 Bohm zauważa, że „w świetle standardowej interpretacji mechaniki kwantowej zrozumienie mechanizmu, odpowiedzialnego za powstanie wzoru interferencyjnego jest bardzo trudne [...]. Jeśli przyjmie się, że elektron będzie się zachowywał całkowicie jak klasyczna cząstka, to zjawiska tego nie można w ogóle wyjaśnić”[23]. Powstawanie wzoru interferencyjnego daje się jednakże łatwo wyjaśnić, jeśli uwzględni się obecność stowarzyszonego z cząstkami potencjału kwantowego. Okazuje się, że dokładny rachunek potencjału pozwala otrzymać obraz interferencyjny bez rezygnacji z pojęcia trajektorii cząstki. Według Bohma, każda z cząstek podąża precyzyjnie określoną drogą, a obraz interferencyjny powstaje dlatego, że potencjał kwantowy cząstki zawiera informację o całym układzie, w którym ma miejsce eksperyment, a w szczególności — o tym, która ze szczelin jest odsłonięta. Co istotne, statystyczny rozkład cząstek na ekranie, wyznaczony za pomocą potencjału kwantowego, zgadza się całkowicie z gęstością prawdopodobieństwa ich lokalizacji, określoną przez kwadrat modułu funkcji falowej[24]. „W obrazie

[22]Na ten temat, por. F. Selleri, *Wielkie spory w fizyce kwantowej*, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 1999, ss. 78–82.

[23]D. Bohm, “A Suggested Interpretation...”, art. cyt., s. 173.

[24]Zob. C. Philippidis, C. Dewdney, B. Hiley, “Quantum interference and the quantum potential”, *Nuovo Cimento*, 52B (1079), ss. 15–28. “The approach trough the quantum potential retains a pointlike particle, and each particle in the original ensemble follows a well defined trajectory which passes through one or the other of the slits. This ensemble produces the required interference pattern and, at the same

[Bohma] fala zawsze przechodzi przez obydwie szczeliny (jak to jest w naturze fali), a cząstka przechodzi przez tylko jedną szczelinę (jak to jest w naturze cząstek). Cząstka jest w tym przypadku pilotowana przez falę do miejsc, w których $|\psi|^2$ jest duże i utrzymywana z daleka od miejsc, w których $|\psi|^2$ jest małe. W taki sposób każda cząstka wnosi swój wkład do wzoru interferencyjnego na ekranie”[25].

W jaki sposób potencjał kwantowy wpływa na trajektorię cząstki? Dobrą analogią, wykorzystywaną przez Bohma i jego zwolenników, jest porównanie cząstki, zanurzonej w polu kwantowym, do statku, kierowanego falami radaru. „Naszym zdaniem — przekonuje Hiley — potencjał kwantowy powstaje z fal przypominających fale radaru. Kwantowy potencjał niesie informacje o otoczeniu, które docierają do elektronu. Elektron następnie zmienia swój ruch w taki sposób, aby powstał obraz, który obserwujemy na ekranie”[26]. Potencjał kwantowy nie działa zatem w taki sposób, jak każde inne pole, znane z fizyki klasycznej — np. pole elektromagnetyczne — które generuje określoną, klasyczną siłę, i „popycha” cząstkę, tak samo, jak fala na wodzie, popychająca statek[27]. Potencjał kwantowy dostarcza jedynie informacji, które wyzwalają natychmiastową reakcję cząstki[28]. W tym względzie koncepcja fali pilotującej Bohma i jego współpracowników różni się od pierwotnego pomysłu de Broglie’a, który interpretował tę wielkość

time, shows that the final position of the particle on the screen allows us to deduce through which slit it actually passes. Thus it is possible to retain the trajectory concept and, at the same time, account for the interference. There is no longer a mystery as to how a single particle passing through one slit ‘knows’ the other slit is open. The information is carried by the quantum potential, so that we no longer have a conceptual difficulty in understanding the results obtained in very low intensity interference experiments”; tamże.

[25]J.S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, dz. cyt., s. 112.

[26]B. Hiley, *Duch w atomie*, dz. cyt., s. 162.

[27]„To pole falowe wyzwala reakcje elektronu. Pole zostaje przetłumaczone na kwantowy potencjał, który wchodzi do równania ruchu elektronu. Poprzez to równanie potencjał kwantowy generuje siłę poruszającą elektron, przy czym źródłem energii jest własna aktywność elektronu”; B. Hiley, tamże, ss. 163–164.

[28]Z tego powodu Bohm określał potencjał kwantowy mianem „aktywnej informacji”; zob. tamże, s. 152.

właśnie jako rodzaj fali mechanicznej, która przekazuje cząstce energię i w taki sposób wpływa na jej ruch.

Koncepcja kwantowego potencjału umożliwia wyjaśnienie kilku innych problemów, które nie znajdują satysfakcjonującego rozwiązania w ramach standardowej interpretacji mechaniki kwantowej. Jednym z tego typu zagadnień jest problem bariery potencjału, związany z wyjaśnieniem mechanizmu, odpowiedzialnego za tak zwany efekt tunelowy[29]. Potencjał kwantowy cząstki, która napotyka na swojej drodze „barierę", podlega — zgodnie z koncepcją Bohma — gwałtownym fluktuacjom, przybierając w niektórych punktach przestrzeni wartości ujemne. Wartości te mogą w pewnych okolicznościach kompensować odpychanie dodatniej bariery potencjału, co w rezultacie generuje taką trajektorię cząstki, dzięki której znajdzie się ona po drugiej strony bariery[30].

Inną trudnością, którą pozwala w zadowalający sposób wyjaśnić koncepcja potencjału kwantowego, jest problem pomiaru. Zgodnie z interpretacją standardową, funkcja falowa zawiera pełną informację o stanie układu kwantowego. Liniowość równania Schrödingera powoduje jednakże, iż stan układu zmienia się w niefizyczną superpozycję wielu (lub nawet nieskończenie wielu) stanów, odpowiadających każdemu z możliwych do zarejestrowania wyników. Tym, co powoduje kolaps funkcji falowej, jest pomiar, który sprawia, że tylko jeden z możliwych wyników (dotyczących np. lokalizacji cząstki) zyskuje fizyczną realność. Na problem pomiaru składa się kilka powiązanych ze sobą trudności: najpierw, mechanika kwantowa w żaden sposób nie określa granicy pomiędzy obiektem kwantowym, który podlega pomiarowi, i makroskopowym aparatem pomiarowym, należącym do świata fizyki klasycznej. Brak tego kryterium powoduje, że — w celu zachowania spójności interpretacji — należy przyjąć, iż w niektórych przypadkach w stanie superpozycji mogą istnieć również obiekty makroskopowe (np. kot Schrödingera). Nie wiadomo również, co tak

[29]Zob. D. Bohm, "A Suggested Interpretation...", art. cyt., s. 178.

[30]Por. F. Selleri, *Quantum Paradoxes and Physical Reality*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1990, ss. 126–127.

naprawdę odpowiada za redukcję funkcji falowej i jaki mechanizm sprawia, że z całego spektrum możliwości układ wybiera tylko jeden wynik, rejestrowany w momencie pomiaru. Koncepcja kwantowego potencjału pozwala uwolnić się od tych trudności: „nie wymaga ona niejasnego podziału świata na ‘układ’ i ‘aparat pomiarowy’, ani też na to, co stanowi ‘pomiar’ i co go nie stanowi”[31]. W interpretacji Bohma cząstka cały czas — również przed momentem pomiaru — istnieje realnie tylko w jednym miejscu przestrzeni, ponieważ jej potencjał kwantowy nie otrzymuje wkładu od fal odpowiadających wszystkim pozostałym stanom układu, które w standardowej interpretacji należy uwzględniać jako możliwe wyniki pomiaru. Są to bowiem fale „puste” i niesiona przez nie informacja jest „nieaktywna”[32]. W interpretacji tej znika również konieczność odwoływania się do tajemniczego „kolapsu” funkcji falowej: funkcja nie musi tu ulegać redukcji, aby cząstka mogła uzyskać fizyczną realność, ponieważ przez cały czas cząstka jest związana z falą i ma jednoznacznie określone parametry.

Osobnym zagadnieniem, które łączy się z problemem interpretacji mechaniki kwantowej, i któremu Bohm poświęcił ostatnie lata swojego życia, jest koncepcja ukrytego porządku[33]. Idea ta stanowi rozwinięcie wcześniejszych poglądów Bohma na temat możliwości wyjaśnienia pozornie przypadkowego charakteru zjawisk kwantowych za pomocą procesów deterministycznych, ale zawiera również pewne elementy wschodniej filozofii, a nawet wschodniego mistycyzmu. Na fundamentalnym, kwantowym poziomie fizycznej rzeczywistości istnieje — zgodnie z tą koncepcją — ukryty (zwinięty) porządek, który jest opisywany przez matematyczny formalizm mechaniki kwantowej[34].

---

[31] J.S. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, dz. cyt., s. 111.

[32] „Informacja w ‘pustym’ pakiecie falowym nie odgrywa już żadnej roli, ponieważ w trakcie pomiaru nieodwracalny proces wprowadza stochastyczne, czyli przypadkowe zaburzenia, które niszczą informację zawartą w potencjale kwantowym fali. [...] Informacja nie jest już aktywna”; B. Hiley, *Duch w atomie*, dz. cyt., ss. 170–171.

[33] D. Bohm, *Ukryty porządek*, Wydawnictwo Pusty Obłok, Warszawa 1988.

[34] Główną ideę tej koncepcji można zilustrować następującym przykładem: jeśli na złożonej kartce papieru zostanie zapisany dowolny wzór, to po rozwinięciu kartki ukaże się zupełnie inny, nowy układ linii. „Mechanika kwantowa sugeruje, że w taki

Prawa tej teorii pozwalają stwierdzić, że „ukryty porządek jest szczególnie odpowiedni dla zrozumienia niepodzielnej całości, pozostającej w płynnym ruchu, ponieważ w porządku tym całość istnienia jest ‘zwinięta’ w każdym obszarze przestrzeni (i czasu). Tak więc, jakikolwiek składnik lub aspekt wyodrębniamy w myśli, to zawiera on całość i jest wewnętrznie związany z całością, z której został wyabstrahowany. Całość przenika więc wszystko [...]. Oddziaływania pomiędzy różnymi bytami (na przykład elektronami) tworzą pojedynczą strukturę niepodzielnych powiązań, a cały wszechświat musi być pojmowany jako niepodzielna całość”[35]. Jak widać, koncepcja ukrytego porządku ma już niewiele wspólnego ze ścisłością wcześniejszych teorii Davida Bohma.

* * *

Pewnym fenomenem jest to, że teoria fali pilotującej została niemal całkowicie zignorowana przez świat naukowy — pomimo tego, że przewidywania tej teorii zgadzają się z przewidywaniami standardowej mechaniki kwantowej, a w wielu aspektach przewyższa ona interpretację kopenhaską elegancją i prostotą pojęć oraz brakiem arbitralnych założeń (w przypadku interpretacji standardowej założenia — dotyczące pomiaru i redukcji funkcji falowej — są konstytutywnym elementem całej teorii). Penrose zauważa, że na rzecz interpretacji Bohma „zdecydowanie przemawia fakt, że jest ona klarowna z ontologicznego punktu widzenia”[36]. Podobnie Bell, który nigdy nie ukrywał swojej fascynacji teorią zmiennych ukrytych Bohma, w jednym z artykułów wyraża swoją ocenę tej koncepcji w następujący, zwięzły sposób: „Dlaczego obraz pilotującej fali jest ignorowany w podręcznikach? Czyż nie powinno się go uczyć, nie jako jedynej możliwości, ale jako przeciwwagi do tego, co obecnie się uznaje? I w celu pokazania,

właśnie sposób rzeczywistość zjawisk wyłania się z głębszego poziomu, na którym istnieje w zwiniętej postaci”; D. Bohm, *Duch w atomie*, dz. cyt., s. 145.

[35]D. Bohm, *Ukryty porządek*, dz. cyt., s. 185, 188.

[36]R. Penrose, *Droga do rzeczywistości*, Prószyński i S-ka, Warszawa 2004, s. 759. Penrose wskazuje jednakże na pewne słabości tej interpretacji; zob. tamże, ss. 758–759; 779–780.

że niejasność, subiektywizm i indeterminizm nie są na nas wymuszane przez eksperymentalne fakty, lecz stanowią przedmiot świadomie dokonanego wyboru?”[37].

Niewielkie zainteresowanie fizyków teorią fali pilotującej być może wynika z tego, że zarówno interpretacja Bohma, jak i standardowa interpretacja mechaniki kwantowej prowadzą do tych samych przewidywań empirycznych. Pozostawanie w zgodności z teorią, wyznaczającą standard w fizyce kwantowej, przemawia na korzyść koncepcji fali pilotującej, ale dla większości fizyków argument ten nie wystarcza do tego, by zarzucić dotychczasową interpretację mechaniki kwantowej. Jak na razie nie zaproponowano żadnego doświadczenia, które umożliwiłoby jednoznaczne rozstrzygnięcie sporu pomiędzy zwolennikami obydwu interpretacji[38]. Nie jest wykluczone, że problemu tego w ogóle nie da się rozstrzygnąć na drodze eksperymentalnej. Jeśli się pamięta, że prawdziwą stawką sporu jest tu realizm i determinizm, to trudno się nie zgodzić z tym, że w rzeczywistości jest to problem natury filozoficznej.

Dyskusja nad poprawną interpretacją mechaniki kwantowej ciągle trwa. Niezależnie od tego, czy teoria Bohma rzeczywiście jest, czy nie jest, godnym konkurentem standardowej mechaniki kwantowej, o teorii tej nie należy w tej dyskusji zapominać choćby z tego powodu, że stanowi ona wymowny przykład na to, że matematyczny formalizm mechaniki kwantowej jest strukturą na tyle bogatą, że dopuszcza różne — niekiedy nawet krańcowo różne — interpretacje. Jeśli koncepcja Bohma rzeczywiście jest empirycznie równoważna standardowej mechanice kwantowej, to nic nie stoi na przeszkodzie, aby uznać, że obydwie te teorie stanowią jedynie dwie różne matematyczne repre-

---

[37]J. Bell, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, dz. cyt., s. 160.

[38]Co prawda, przeprowadzono tego typu doświadczenia (G Brida, E. Cagliero, G. Falzetta, M. Genovese, M. Gramegna, C. Novero, “Experimental Realization of a First Test of de Broglie-Bohm Theory”, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35/ 22 (2002), ss. 4751–4756), jednakże okazało się, że założenia, w oparciu o które uzyskano wyniki, były błędne; zob. W. Struyve, W. DeBaere, *Quantum theorum theory: Reconsideration of Foundations*, Växjö University Press, Växjö 2001, s. 355.

zentacje tej samej, abstrakcyjnej struktury, opisywanej formalizmem mechaniki kwantowej. Poprzestawanie tylko na jednej wybranej reprezentacji grozi błędem pochopnego wyciągania wniosków, które zdają się wynikać z tej struktury w sposób konieczny, a które w rzeczywistości są jedynie elementem jednej z jej reprezentacji. Nie ulega wątpliwości, że jest to doniosłe przesłanie tego rozdziału, który w historii mechaniki kwantowej zapisał Dawid Bohm.

SUMMARY

DAVID BOHM'S THEORY OF HIDDEN VARIABLES

One of the most important interpretative problems of quantum mechanics concerns the so called hidden variables. Sometimes it is said that the Bell's theorem falsifies theories of such variables, but in fact, it falsifies only local ones. This paper deals with David Bohm's interpretation of quantum mechanics, which is a kind of nonlocal hidden variable theory. This theory delivers a full deterministic and realistic description of quantum phenomena and predicts the same results as standard quantum mechanics. It is argued that this interpretation is still worth being investigated, because it remains in the full agreement with the mathematical formalism of this theory and it surpasses the standard interpretation as far as simplicity and lack of arbitrary assumptions are concerned.

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 40–60

Krzysztof Wójtowicz
Wydział Nauk Humanistycznych i Społecznych,
Szkoła Wyższa Psychologii Społecznej w Warszawie

PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA STRUKTURALIZMU W FILOZOFII MATEMATYKI

Pojęcie struktury przenika całą matematykę. Mówimy o strukturach geometrycznych, topologicznych, różniczkowych, algebraicznych, probabilistycznych *etc.*, mówimy o strukturze zbioru rozwiązań danego równania, mówimy o strukturalnych cechach teorii *etc.* Choć więc pojęcie struktury nie zdefiniowane formalnie[1], to posługujemy się nim w matematyce bardzo często. Pojęcie to pojawia się oczywiście również w dyskusjach ontologicznych dotyczących matematyki, stając się centralnym pojęciem nurtu strukturalistycznego, (który w ostatnich latach zyskuje coraz większą popularność). Celem tego artykułu jest prezentacja podstawowych motywacji i stylu myślenia charakterystycznego dla matematycznego strukturalizmu.

1. MATEMATYKA — NAUKA O STRUKTURACH?

W filozofii matematyki możemy mówić o dwóch podstawowych problemach ontologicznych. Pierwszym z nich jest problem istnienia obiektów matematycznych. Oczywiście, w sporze można wskazać

[1]Mam na myśli fakt, że nie ma jednej, uniwersalnej definicji struktury, tak jak mamy jedną definicję funkcji ciągłej czy grupy.

dwa podstawowe obozy: realistów i antyrealistów. W niniejszym artykule tego problemu nie podejmuję (roboczo zakładając tezę matematycznego realizmu, gdyż tylko przy tym założeniu pytanie o naturę obiektów matematycznych ma sens). Interesuje nas tu natomiast problem *natury* obiektów matematycznych. Wiąże się z nim szereg pytań. Czym są obiekty matematyczne? Jakie są ich kryteria identyczności? Co nadaje tożsamość liczbie 5 albo ciągowi liczb naturalnych, zbiorowi liczb rzeczywistych lub przestrzeni funkcji ciągłych na odcinku [0,1]? Czy obiekty matematyczne mają wewnętrzną naturę — niejako same w sobie — i jako takie wchodzą w relacje z innymi obiektami (np. liczba 5 wchodzi w relację mniejszości z liczbą 6)? Czy są raczej konstytuowane poprzez pozostawanie w pewnych relacjach z innymi obiektami matematycznymi? Mówiąc swobodnie: czy obiekty matematyczne są tym, czym są jedynie dzięki innym obiektom?

W sporze o naturę obiektów matematycznych można wyróżnić dwa podstawowe stanowiska: *realizm obiektowy* oraz *strukturalizm*. Zasadnicza różnica polega na tym, że zdaniem realisty można mówić o wewnętrznych cechach obiektów matematycznych, natomiast strukturalista istnienie takich cech odrzuca. Można więc powiedzieć, że w myśl stanowiska realizmu obiektowego tożsamość obiektu matematycznego jest niejako immanentną cechą tego obiektu. Za zwolennika takiego poglądu można uznać np. Gödla, który zakładał istnienie absolutnego uniwersum zbiorów, mających pewną wewnętrzną naturę.

Stanowisko strukturalistyczne w radykalnie odmienny sposób odpowiada na pytanie o naturę obiektów matematycznych. Jego główną tezę można wyrazić w formie lapidarnego stwierdzenia, iż matematyka jest nauką o *strukturach*, a nie o obiektach. Bezpośrednio wiąże się z nią teza dotycząca tożsamości obiektów matematycznych, którą można sformułować jako stwierdzenie, że:

(*) O tożsamości obiektów matematycznych decydują *wyłącznie* relacje, w jakie te obiekty wchodzą z innymi obiektami.

Zdaniem strukturalistów, obiekty matematyczne nie mają indywidualnej, „wewnętrznej” tożsamości, zaś ich cechy są jedynie cechami relacyjnymi. Mówiąc inaczej, o tym, czym jest obiekt matematyczny, decydują wyłącznie relacje, które łączą ów obiekt z innymi obiektami. W takim ujęciu, uniwersum matematyczne postrzegane jest jako swoista „sieć relacji”. Obiekty matematyczne są tylko miejscami w tej sieci — czy inaczej: o tożsamości obiektu matematycznego decyduje *wyłącznie* miejsce w tej sieci. Liczba 5 nie jest ową liczbą *per se*, ale jedynie jako miejsce w pewnej strukturze liczbowej. Struktura jest więc pierwotna, zaś obiekty — wtórne.

Zwolennik realizmu obiektowego skłonny więc będzie twierdzić, że liczba 5 jest ową liczbą niezależnie od własności liczb 123456789 i 987654321. W swojej argumentacji może odwoływać się do faktu, że przecież wiemy dużo różnych rzeczy o liczbie 5 — i żeby się tych wszystkich rzeczy dowiedzieć, nie musimy nic wiedzieć o liczbach 123456789 i 987654321. Taki jest zresztą porządek poznawczy — jako dzieci dokonywaliśmy operacji na liczbie 5, nie mając pojęcia, że mogą istnieć liczby większe niż 1000. A zatem — można powiedzieć — to, jakie są własności liczby 5 (i *czym jest* liczba 5) nie zależy od własności liczb 123456789 i 987654321. Jest ona od nich ontycznie niezależna — podobnie jak atom węgla jest ontycznie niezależny od związków chemicznych, w skład których wchodzi. Oczywiście, nikt nie neguje istnienia relacji, jakie łączą ów atom z innymi atomami, ale ów atom jest tym, czym jest, niezależnie od tego, w jakich związkach chemicznych aktualnie pozostaje. Można zasadnie twierdzić, że dom w Krakowie jest jako indywiduum całkowicie niezależny ontycznie od domu w Gdańsku. To, co czyni dom w Krakowie domem (a nie kinem czy halą sportową) nie zależy bynajmniej od własności domów w Gdańsku — i od relacji domów w Krakowie do domów w Gdańsku[2]. Realista obiektowy skłonny będzie w ten sposób patrzeć na liczby. Strukturalista nie zgodzi się z takim postawieniem sprawy i odrzuci tezę, że obiekty matematyczne mogą być od siebie ontycznie niezależne.

[2]Choć oczywiście przyznajemy, że domy w Krakowie mogą pozostawać z domami w Gdańsku w pewnych relacjach: są podobne, droższe, mniejsze, pełnią analogiczne funkcje *etc.* Jednak to nie owe relacje czynią domy w Krakowie domami.

Strukturaliści przy prezentacji swojego stanowiska ilustrują je przykładami ustroju państwowego albo struktury przedsiębiorstwa. Zauważają, że np. funkcja prezydenta USA jest zdefiniowana niezależnie od tego, kto akurat tę funkcję sprawuje, i – co ważniejsze — zdefiniowana jest poprzez odniesienie do całej państwowej struktury, której jest częścią. Nie byłoby przecież sensu zastanawianie się nad tym, czy prezydent jest zwierzchnikiem sił zbrojnych, gdyby nie było sił zbrojnych. Podobnie, funkcja np. prezesa firmy czy dyrektora finansowego nie zależy od tego, kto aktualnie sprawuje to stanowisko. Analogiczna sytuacja ma miejsce w wypadku gry w szachy — funkcja gońca, króla, hetmana *etc.* nie zależy przecież od tego, jakie konkretnie kawałki drewna (kości słoniowej, plastiku, szkła *etc.*) zostaną tu użyte, a jedynie od ich roli w strukturze szachowej. To, co czyni gońca gońcem, nie jest kształt figurki, ale jej rola, czyli zespół relacji łączących gońca z pozostałymi figurami. Nie ma sensu mówienie o tym, że jakaś figura jest gońcem *per se*, niezależnie od istnienia i własności innych figur.

W samej matematyce łatwo wskazać przykłady pojęć, które mają „strukturalistyczny posmak”. Paradygmatycznym przykładem jest pojęcie grupy: mamy tu do czynienia z elementami, na których określone jest pewne działanie, spełniające określone warunki[3]. Kiedy definiujemy grupę, nie obchodzi nas natura jej elementów. Twierdzenie, że istnieje z dokładnością do izomorfizmu *dokładnie jedna* grupa określonego typu wyraża właśnie fakt, że kiedy identyfikujemy grupy tego typu, nie interesuje nas „materiał”, z którego są one zrobione, ale jedynie czysto strukturalne własności, wyrażone w terminach działania grupowego. Myślimy wówczas o pewnej *jedynej* strukturze. Nie ma również sensu mówić, że element neutralny grupy $e \in G$ jest tym elementem *per se*, niezależnie od grupy G. Elementem neutralnym grupy *jest się tylko w danej grupie*! Strukturaliści uważają, że taka sama sy-

[3]Grupa to trójka $\langle G, \bullet, e\rangle$, gdzie $\bullet$ jest działaniem dwuargumentowym, zaś e jest elementem neutralnym, przy czym zachodzą warunki: (i) $\bullet$ jest łączne, tj. $x \bullet (y \bullet z) = (x \bullet y) \bullet z$; (ii) $x \bullet e = e \bullet x = x$ dla każdego $x \in G$; (iii) dla każdego elementu $a \in G$ istnieje element odwrotny a^{-1}, tj. taki, że $a \bullet a^{-1} = a^{-1} \bullet a = e$.

tuacja ma miejsce w przypadku wszystkich obiektów matematycznych — ich natura jest wyznaczona przez relacje z innymi składowymi struktury, w której „tkwią". Odwołują się do faktu, że teorie matematyczne charakteryzują swój przedmiot opisu jedynie z dokładnością do izomorfizmu. Resnik wyraża ów pogląd w formie tezy, że „obiekty matematyczne nie mają wyróżniających ich cech z wyjątkiem tych, które mają na mocy ich relacji do innych pozycji w strukturze, do której należą. Uważam punkt geometryczny [...] za paradygmatyczny obiekt matematyczny" [Resnik 1996, 84].

Warto też dodać, że wielu autorów uważa, iż strukturalistyczny sposób myślenia jest bliski teorii kategorii. Z teorią kategorii wiązano nadzieję, że stanie się ona alternatywną wobec teorii mnogości podstawą dla matematyki. Niezależnie od tego, czy tak się faktycznie stanie (opinie są tu mocno zróżnicowane), to z całą pewnością teoria kategorii dostarcza systemu pojęć, który okazuje się bardzo owocny w wielu działach matematyki (np. topologii algebraicznej, geometrii różniczkowej, a nawet w informatyce teoretycznej). Teoria kategorii odgrywa więc ważną rolę inspirującą, ukazując alternatywny sposób patrzenia na matematykę[4].

2. UWAGI HISTORYCZNE

Autorem, na którego często powołują się strukturaliści, jest Dedekind. W swoich pracach zajmował się on m.in. teorią liczb naturalnych. W *Was sind Und was sollen die Zahlen* rozważał tzw. proste systemy nieskończone (niektórzy mówią też o systemach prosto nieskończonych) podkreślając fundamentalne znaczenie relacji strukturalnych w tych systemach. Taki prosty system nieskończony to — w dzisiejszej terminologii — pewien ω-ciąg[5]. Dedekind udowodnił

[4] W pracy [Heller, Mączka 2004] autorzy piszą o tzw. geometrii nieprzemiennej, i wynikach, które sugerują, że pewne pojęcia, takie jak „należenie do zbioru" tracą swój sens. Paradygmat teoriomnogościowy okazuje się tu ułomny — natomiast naturalna jest interpretacja w języku teorii kategorii.

[5] ω-ciąg to po prostu zbiór uporządkowany tak, jak zbiór liczb naturalnych. Mówiąc swobodnie, jest to nieskończony ciąg, który ma początek (ale nie ma końca),

twierdzenie głoszące, że dowolne dwa systemy, spełniające podane przez Dedekinda aksjomaty są izomorficzne[6]. Można powiedzieć, że z punktu widzenia wyników Dedekinda nie jest istotne, jaka jest natura obiektów składających się na owe proste systemy nieskończone — ważne są jedynie czysto strukturalne zależności, wyrażone w terminach funkcji następnika. Zaś to, na jakim „podłożu" określony jest ów następnik, nie jest istotne. Nic więc dziwnego, że prace Dedekinda są źródłem inspiracji dla współczesnych strukturalistów.

Ważne dla dojrzewania strukturalistycznego poglądu na matematykę są też niewątpliwie prace Hilberta, w szczególności prace dotyczące geometrii. Jego dzieło *Grundlagen der Geometrie* (1899) utrzymane jest w duchu programu formalizacji dowodów geometrycznych i uwolnienia ich od elementów intuicyjnych i wyobrażeniowych. Należy pamiętać, że w nowożytnej matematyce mieliśmy do czynienia z ewolucją poglądów dotyczących natury dowodu matematycznego — od wizji „kartezjańskiej", w myśl której rękojmią dowodu ma być intuicyjna oczywistość poszczególnych kroków (ujęta w formie intelektualnego aktu), do wizji formalistycznej, w myśl której o prawomocności dowodu decyduje wyłącznie zgodność z formalnie ustalonymi regułami[7]. Przed Hilbertem pisał o tym np. Pasch, formułując tezę,

---

i w którym można przejść za pomocą operacji następnika od jednego elementu do następnego: • • • • . . .

[6]Nie jest tu konieczne przytaczanie tych aksjomatów — ważne jest to, że w dzisiejszej terminologii powiedzielibyśmy, że charakteryzują w kategoryczny sposób ciąg o typie porządkowym ω (czyli ω-ciąg — por. poprzedni przypis). Twierdzenie podane przez Dedekinda można sformułować tak: jeśli (X, s) oraz (X^*, s^*) to dwa proste systemy nieskończone, (gdzie X i X^* to zbiory — zaś s oraz s^* — określone na nich funkcje następnika), to istnieje odwzorowanie $\phi\colon X \to X^*$ (różnowartościowe i „na") takie, że dla dowolnych n, m w X, $s(n) = m$ wtedy i tylko wtedy, gdy $s^*(\phi(n)) = \phi(m)$. Odwzorowanie ϕ zachowuje więc relację bycia następnikiem.

[7]Kartezjusz — niejako wzorzec racjonalisty — uważał metodę matematyczną za swoisty wzór racjonalnego myślenia, bynajmniej nie traktując rozumowań matematycznych czysto formalnie. Podkreślał, że podstawą naszego poznania jest intelektualna zdolność do ujmowania pewnych podstawowych prawd w jasny i wyraźny sposób. To jasne i wyraźne widzenie jako kryterium wiedzy stosuje się oczywiście również do matematyki. Odwołania do intuicji występują jednak nie tylko w przypadku uznawania podstawowych prawd; musimy z niej korzystać także w rozumowaniach, intu-

że dowody winny być uwolnione od „intuicyjnych wtrętów" i należy nadać im charakter czysto formalny. W ujęciu Pascha i Hilberta, geometria miała zostać formalnie zaksjomatyzowana, a sens pojęć pierwotnych miał być zadany przez aksjomaty. Mówiąc swobodnie, aby dowiedzieć się, co to jest punkt, prosta, płaszczyzna *etc.* winniśmy przyjrzeć się aksjomatom, a nie rysunkom. To aksjomaty definiują zależności między pojęciami geometrycznymi, a zależności te mają czysto strukturalny charakter[8].

Zdaniem Hilberta, dopuszczalne jest wprowadzanie nowych pojęć poprzez podanie ich aksjomatycznych definicji. Dotyczyć to miało również geometrii. W takim ujęciu, geometria przestaje być nauką o przestrzeni (lub słabiej: nie musi być tak interpretowana), ale staje się nauką o dowolnych obiektach, które spełniają pewne zależności o charakterze czysto relacyjnym (strukturalnym). Nie pytamy o to, jaka jest istota punktu czy prostej — ważna jest dla nas jedynie zależność, że przez dwa różne punkty przechodzi dokładnie jedna prosta lub że dwie różne proste nierównoległe przecinają się w dokładnie jednym punkcie. Hilbert miał twierdzić, że przy prawidłowej aksjomatyzacji geometrii powinniśmy być w stanie zamiast o punktach, prostych i płaszczyznach, mówić o stołach, krzesłach i kuflach piwa (por. [Shapiro 1996, 156]). Porównywał też teorię matematyczną do rusztowania, na które składają się pojęcia wraz z relacjami między nimi (por. [Shapiro 1996, 162]). Taki sposób myślenia jest charakte-

icyjnie postrzegając prawomocność każdego kroku dowodowego: „owa oczywistość i pewność intuicji wymagana jest nie tylko dla samych wypowiedzi, ale także dla jakichkolwiek rozumowań... Zdania [...] poznaje się [...] już to przy pomocy intuicji, już to przy pomocy dedukcji; same zaś pierwsze zasady tylko przy pomocy intuicji; natomiast ich odległe wnioski jedynie przy pomocy dedukcji" [Descartes 1958, 13–14]. W systemie Kartezjusza mamy więc ujęcie dowodzenia matematycznego jako procesu „treściowego", opartego na naszym rozumieniu pojęć, a nie na formalnych własnościach systemów symbolicznych.

[8]Oczywiście, aksjomaty są *motywowane* naszymi intuicjami, które również mogą dotyczyć „istoty" pojęć geometrycznych. To jednak nie ma znaczenia. Podobna sytuacja ma miejsce w przypadku problemu poprawności dowodów: nie ma znaczenia to, jakie intuicje wiążemy z poszczególnymi krokami dowodowymi, ale to, czy są one zgodne z warunkami czysto formalnymi.

rystyczny dla strukturalizmu: to relacje między obiektami są istotne, a nie wewnętrzna natura tych obiektów[9].

3. MOTYWACJE FILOZOFICZNE

W dyskusji filozoficznej, dotyczącej problemu natury obiektów matematycznych, istotną rolę odegrały analizy Benacerrafa — zwłaszcza dotyczące sformułowanego przez niego tzw. problemu wieloredukcji [Benacerraf 1965]. Benacerraf przedstawia ten problem na przykładzie ciągu liczb naturalnych 0,1,2,3.... Jak wiadomo, liczby naturalne można reprezentować w teorii mnogości, czyli traktować jako pewnego typu zbiory (czy mówiąc inaczej: zredukować do zbiorów). Standardowa jest tu tzw. reprezentacja von Neumanna, w której liczby naturalne są utożsamiane ze zbiorami w następujący sposób: funkcję liczby 0 pełni zbiór pusty $\emptyset$, funkcję liczby 1 — zbiór $\{\emptyset\}$, funkcję liczby 2 — zbiór $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, funkcję liczby 3 — zbiór $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, itd. Przy tej reprezentacji, ciąg liczb naturalnych to:

0	1	2	3
$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$	$\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

Zbiory „imitujące” kolejne liczby naturalne są więc tworzone zgodnie z prostą zasadą: każdy kolejny konstruujemy jako zbiór wszystkich liczb od niej mniejszych (czyli $n + 1 = n \cup \{n\}$)[10].

[9]Warto przypomnieć, że Hilbert konstruował modele dla teorii geometrycznych, interpretując obiekty geometryczne jako zbiory liczb (par liczb, trójek liczb, n-tek liczb *etc*.) Istotne przy takich interpretacjach jest oczywiście zachowanie pewnych *strukturalnych* zależności, a nie jakkolwiek rozumianej istoty danych bytów matematycznych. Na okrąg patrzymy intuicyjnie jak na figurę o pewnym kształcie, a nie jako na zbiór par liczb rzeczywistych (x, y), takich, że $x^2 + y^2 = 1$. Ponieważ jednak strukturalnym zależnościom między figurami geometrycznymi odpowiadają strukturalne zależności między zbiorami par liczb, to pytanie o to, czy okrąg jest „naprawdę” figurą geometryczną *per se*, czy też zbiorem par liczb, staje się bezprzedmiotowe.

[10]Można powiedzieć, że operację następnika „imitujemy” za pomocą operacji dodawania jednego elementu do zbioru. W analogiczny sposób — jako pewne operacje

Pomimo, iż ta reprezentacja jest uznana za standardową[11], to nie jest to jedyna możliwa reprezentacja teoriomnogościowa liczb naturalnych. Inna — również dopuszczalna z logicznego punktu widzenia — to reprezentacja Zermelo:

0	1	2	3	4
$\emptyset$	$\{\emptyset\}$	$\{\{\emptyset\}\}$	$\{\{\{\emptyset\}\}\}$	$\{\{\{\{\emptyset\}\}\}\}$...[12]

Tutaj reguła definiowania zbioru reprezentującego kolejną liczbę naturalną jest inna niż poprzednio: powstaje on jako jednoelementowy zbiór, którego jedynym elementem jest poprzednik (czyli $n + 1 = \{n\}$).

Pojawia się naturalne pytanie: które zbiory to *tak naprawdę* liczby naturalne? Jeśli bowiem przyjmiemy następujące założenia:

(i) stoimy na stanowisku realizmu matematycznego;

(ii) uznajemy, że liczby naturalne można zrekonstruować jako stosowne zbiory;

(iii) twierdzimy, że obiekty matematyczne mają ustaloną tożsamość;

to powinniśmy ten problem w pewien sposób rozstrzygnąć. Zwolennik tezy, w myśl której liczby naturalne są zbiorami, staje przed problemem ich zidentyfikowania. W szczególności musi np. odpowiedzieć na pytanie, czy liczba 1 jest elementem liczby 3 (jak w rekonstrukcji von Neumanna), czy też nie (jak w rekonstrukcji Zermelo)[13]. Nie jest

na zbiorach — definiujemy też odpowiedniki pozostałych operacji arytmetycznych (dodawania, mnożenia *etc.*).

[11]W podręcznikach, kiedy mowa jest o teoriomnogościowej rekonstrukcji liczb, liczby naturalne konstruowane są w ten właśnie sposób, liczby całkowite jako klasy abstrakcji stosownych par liczb naturalnych, liczby wymierne jako klasy abstrakcji par liczb całkowitych *etc.* Ta rekonstrukcja pokazuje, że teoria mnogości jest teorią na tyle silną i ogólną, że teorię liczb można uznać po prostu za jej fragment.

[12]Zbiór liczb naturalnych można reprezentować na wiele różnych sposobów (np. jako $(\emptyset, P(\emptyset), P(P(\emptyset)), \ldots)$ — choć byłoby to dość dziwaczne), odpowiednio definiując relacje między tymi obiektami tak, aby „imitowały" relacje arytmetyczne.

[13]W rekonstrukcji von Neumanna, 1 to $\{\emptyset\}$, zaś 3 to $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. A zatem $1 \in 3$. W rekonstrukcji Zermelo, 1 to $\{\emptyset\}$, zaś 3 to $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ (a więc $1 \notin 3$).

jednak jasne, na jakiej podstawie mielibyśmy udzielić odpowiedzi na to pytanie.

Z punktu widzenia stanowiska strukturalistycznego takie pytanie jest źle postawione. Strukturalista nie zastanawia się nad tym, czy naprawdę $1 \in 3$, czy też nie. Nie jest to bowiem pytanie wyrażone w języku arytmetyki, a tylko język arytmetyki służy nam do opisywania własności liczb *jako liczb*[14]. Pogląd, w myśl którego liczby jako obiekty mają pewne „absolutne" własności, jest strukturaliście obcy. W przypadku liczb naturalnym można bowiem mówić jedynie o własnościach definiowalnych w języku arytmetyki. Benacerraf twierdzi więc, że przedmiotem zainteresowania teorii liczb są wspólne cechy wszystkich struktur o typie porządkowym liczb naturalnych [Benacerraf 1965, 291][15]. Benacerraf twierdzi, że każda z prezentowanych wcześniej redukcji (tj. redukcja von Neumanna i redukcja Zermelo) jest równie dobra (czy może: równie zła) jak druga. Nie ma żadnego dobrego kryterium, które pozwalałoby na wyróżnienie jednej z tych redukcji jako kanonicznej, jako jedynej „legalnej" redukcji liczb do zbiorów. Zdaniem Benacerrafa, płynie stąd wniosek, że w ogóle nie ma sensu utożsamianie liczb z określonymi zbiorami; co więcej, twierdzenie, że liczby naturalne mają ustaloną naturę *per se*, niejako wewnętrznie determinującą ich identyczność staje się twierdzeniem bezpodstawnym. Liczby naturalne można bowiem identyfikować jedynie poprzez scharakteryzowanie ich roli (miejsca) w strukturze liczb naturalnych (czyli w ω-ciągu). Sytuacja liczb przypomina sytuację elementów w grupie. Takie intuicje strukturaliści rozciągają na całą

[14]Posługując się wspomnianymi wcześniej analogiami, pytanie o to, czy $1 \in 3$ przypominałoby pytanie o to, czy funkcja prezesa rady nadzorczej jest małżonkiem funkcji dyrektora finansowego, albo czy funkcja gońca w szachach ma większą masę niż funkcja hetmana. Można zadawać takie pytania w stosunku do konkretnych osób lub przedmiotów odgrywających pewne role, pytania te nie mają jednak sensu, gdy myślimy o funkcjach pełnionych przez te osoby.

[15]Gwoli uzupełnienia należy dodać, że arytmetyka pierwszego rzędu ma modele niestandardowe, ale nas interesuje nasza koncepcja liczb rozumianych intuicyjnie (której kodyfikacją jest np. arytmetyka drugiego rzędu, opisująca kategorycznie przedmiot swoich badań). Dla prezentowanych tutaj rozważań nie ma to jednak większego znaczenia.

matematykę — ich zdaniem, jakiekolwiek scharakteryzowanie obiektu matematycznego jest możliwe jedynie w terminach cech relacyjnych. Ten punkt widzenia w jasny sposób wyraża Resnik: „Uważam, że w matematyce nie mamy do czynienia z obiektami mającymi „wewnętrzne" własności, które tworzą struktury — mamy jedynie struktury. Obiekty matematyczne [...] są punktami bez struktury — albo miejscami w strukturach. Jako miejsca w strukturach, nie mają one żadnej tożsamości, ani cech niezależnie od struktury" [Resnik 1981, 530].

Główne hasło strukturalizmu można więc sformułować jako: „obiekty matematyczne mają tylko i wyłącznie cechy relacyjne", nie można więc mówić o ich wewnętrznej naturze. Parsons pisze: „Strukturalizm [...] rozpoczyna od zauważenia, że jedyną rzeczą, którą da się powiedzieć o abstrakcyjnych obiektach matematyki, jest to, że są one powiązane relacjami w pewnych strukturach i wyprowadza stąd wniosek, że mówienie o obiektach mających tak mało określoną naturę wewnętrzną jest jedynie *façon de parler*" [Parsons 1990, 370]. Sensowne wypowiedzi na temat obiektów matematycznych dotyczą jedynie ich cech relatywnie do struktury, w jakiej występują. Ta struktura jest ontycznie pierwotna, zaś przedmioty matematyczne są konstytuowane i zyskują swoją tożsamość jedynie jako miejsca w tej strukturze — poprzez wejście w relacje z innymi składowymi tej struktury.

Inspirujące dla strukturalistycznego ujęcia matematyki są także prace Quine'a, dotyczące problemu tzw. ontologicznego relatywizmu. Przypomnijmy, że Quine przyjmuje tzw. kwantyfikatorowe kryterium istnienia, w myśl którego istnieją te obiekty, które są wartościami zmiennych związanych (a wyrażając rzecz nieco inaczej: które znajdują się w zakresie zmienności zmiennych)[16]. Należy tu podkreślić, że w takim ujęciu obiekty są charakteryzowane jedynie poprzez własno-

[16]Jeśli w teorii występuje zdanie $\exists x P(x)$, to znaczy po prostu, że istnieje obiekt o własności P. Jest to pozornie trywialne stwierdzenie, ale istota kryterium istnienia Quine'a polega na tym, aby badaną teorię sprowadzić do kanonicznej postaci, która pozwoli na odkrycie jej zobowiązań ontologicznych. Należy przy tym pamiętać, że kryterium istnienia jest zawsze zrelatywizowane do danej teorii — mowa jest o zobowiązaniach ontologicznych *określonej teorii*, a nie o istnieniu *per se*.

ści definiowalne w danym języku, natomiast nie ma sensu mówienie o ich naturze czy istocie. Swobodnie mówiąc, przedmiot jest identyfikowany jedynie jako egzemplifikacja dla danej wiązki własności — a to, jakie własności egzemplifikuje, zależy od tego, jaka rola zostanie mu przypisana. To prowadzi Quine'a to tezy swoistego ontologicznego relatywizmu — nie da się bowiem opisać ontologii w absolutny sposób, każda ontologia jest zadana w gruncie rzeczy jedynie *modulo* określenie dopuszczalnych jej reinterpretacji w terminach innych ontologii, również „pracujących" dla danej teorii[17]. Quine, rozważając problem redukcji ontologicznej, mówi o tzw. funkcjach pełnomocnictwa (*proxy functions*), które — określając, jakie role „starych" obiektów przejmują obiekty nowej ontologii — tym samym pokazują ową wymienność. Szczegóły techniczne nie są tu istotne, ważne dla naszej dyskusji jest natomiast to, że w takim ujęciu nie zastanawiamy się, jaka jest istota danego obiektu, ale jedynie patrzymy na to, jaką rolę ów obiekt odgrywa — czyli jakimi relacjami jest powiązany z innymi obiektami.

Taka ontologiczna względność występuje również w przypadku obiektów matematycznych — i tu jest to szczególnie silnie widoczne. O ile bowiem w przypadku stołów, kotów i drzew mamy do dyspozycji procedury ostensywne (i bardzo silne nawyki), to w przypadku matematyki jest zupełnie inaczej. Quine twierdzi więc wprost: „Sądzę, że w wypadku przedmiotów abstrakcyjnych intersubiektywna tożsamość odniesienia nie ma uchwytnego sensu, jeśli miałby on polegać na czymś więcej niż to, co znajduje wyraz w powodzeniu dialogu. Niemal to samo można powiedzieć o przedmiotach konkretnych, gdy wykraczamy poza zasięg ostensji i rozważamy przedmioty teoretyczne, takie jak cząstki elementarne" [Quine 1998, 104]. Mówienie o absolutnej ontologii nie ma sensu ze względu właśnie na różne możliwości reinterpretacji terminów i zdań dotyczących obiektów abstrakcyjnych (w szczególności matematycznych) — przy czym warunkiem dopusz-

[17]Na przykład ontologia von Neumanna i ontologia Zermelo dla liczb są równie dobre i wzajemnie interpretowalne. Zgodnie z tezą ontologicznego relatywizmu żadna z nich nie może uchodzić za „tę prawdziwą".

czalności takiej reinterpretacji jest tylko zachowanie wartości logicznych zdań teorii[18]. W myśl doktryny ontologicznego relatywizmu na obiekty matematyczne powinniśmy więc patrzeć raczej jako na swoiste węzły w sieci (które odgrywają pewną rolę, ale które nie mają absolutnego charakteru), niż jako na obiekty identyfikowalne w absolutny sposób. Taki sposób myślenia jest charakterystyczny dla strukturalistycznej wizji matematyki — podobieństwa do koncepcji Quine'a są więc bardzo wyraźne.

4. STRUKTURALIZM ANTE REM *SHAPIRO*

Nie istnieje jedno, kanoniczne sformułowanie stanowiska strukturalistycznego, choć oczywiście wszyscy strukturaliści podzielają pewne wspólne intuicje. Tutaj przedstawię wariant stanowiska strukturalistycznego zaprezentowany w monografii [Shapiro 1997][19].

Pomimo, iż intuicje strukturalistyczne wydają się być dość klarowne i naturalne, to przy bliższej analizie okazuje się, że nie są one wcale łatwe do wysłowienia. Musimy bowiem powiedzieć, na czym polega różnica pomiędzy strukturalizmem a realizmem obiektowym — a w szczególności wykazać, że te różnice nie są czysto werbalne[20]. Trudność polega tu m.in. na tym, że najwygodniej byłoby zinterpre-

---

[18]Można również powiedzieć w gruncie rzeczy nie wybieramy *jednej* ontologii, ale pewną klasę ontologii, które są niejako „zamienne" (wzajemnie redukowalne). A zatem identyfikacja ontologii dla danej teorii sprowadza się do wskazania, jak dopuszczalne ontologie są do siebie wzajemnie redukowalne. W tej sytuacji pytanie, która z tych ontologii jest w jakimkolwiek sensie prawdziwa staje się pytaniem jedynie o nasze gusty.

W pracy [Brink, Revitzky 2002] autorzy rozważają (w odniesieniu do arytmetyki liczb naturalnych) trzy typy ontologii: obiektową, własnościową i ontologię stanów rzeczy. W pewnym prostym przypadku można formalnie wykazać istnienie stosownych interpretacji, które świadczą o tym, że żadnej z tych ontologii nie można traktować jako podstawowej.

[19]Inne podstawowe monografie prezentujące strukturalistyczny punkt widzenia to [Resnik 1998] i [Chihara 2004] (por. też [Bondecka-Krzykowska 2007]).

[20]Zauważmy, że przecież zwolennik klasycznej wersji platonizmu nie odmawia liczbom cech relacyjnych, zgadza się z tezą, że teoria grup nie ma żadnego zamierzonego przedmiotu badań *etc.*

tować zarówno punkt widzenia strukturalisty, jak i punkt widzenia realisty obiektowego w zewnętrznym, neutralnym systemie pojęć, akceptowalnym dla obu stron. To jednak nie jest możliwe, bo zarówno realista obiektowy, jak i strukturalista uważają swoje systemy pojęć za nieredukowalne[21]. Zauważmy, że gdyby pojęcia strukturalistyczne (np. pojęcie struktury) zostały zdefiniowane w ramach teoriomnogościowego czy teoriokategoryjnego systemu pojęć, to stanowisko strukturalistyczne byłoby jedynie przeformułowaniem innych wersji realizmu, opierających się na pojęciach zbioru lub kategorii. Konieczne jest więc budowanie od podstaw odpowiedniego systemu pojęć, a nasza sytuacja przypominać więc będzie sytuację żeglarza w łodzi Neuratha.

Podstawowa intuicja strukturalisty mówi, że pierwotne są struktury, zaś obiekty są — swobodnie mówiąc — tylko miejscami w strukturach, tylko odgrywają w strukturach pewne role. Jaka jest ontyczna relacja między tymi strukturami a obiektami matematycznymi? Za Shapiro wskażemy tutaj dwie podstawowe orientacje:

1. Orientacja *places-are-offices*. W myśl tego stanowiska, dana jest pewna pierwotna ontologia (*background ontology* — nazwę ją „ontologią tła"), z której pochodzą obiekty matematyczne. Dopiero te *dane uprzednio* obiekty mogą odgrywać pewne role (czyli „piastować stosowne urzędy"). Odpowiadałoby to intuicji, zgodnie z którą prezydentem USA może zostać osoba, która uprzednio była wiceprezydentem, a prezesem rady nadzorczej firmy osoba, która uprzednio była dyrektorem finansowym. W tym przypadku można powiedzieć (choć brzmi to nieco niezgrabnie), że te osoby były już „dane" uprzednio, że pochodzą z pewnej wcześniejszej wobec struktur państwowych czy biznesowych „ontologii osób". Podobnie ma być w przypadku obiektów matematycznych. One odgrywają pewne role w strukturach, jednak struktury te nie są pierwotne, ale „zrobione" z danego uprzednio surowca.

[21]Jest to problem charakterystyczna dla filozofii: w jaki sposób należy interpretować stanowiska inne niż nasze, aby móc je zrozumieć, ale zarazem, aby ta interpretacja była rzetelna i nie naruszała intuicji leżących u podłoża interpretowanej koncepcji. Dyskusja między strukturalizmem a realizmem obiektowym pozwala — niejako przy okazji — na klarowne postawienie problemu interpretacji.

2. Orientacja *places-are-objects.* Jest to stanowisko, w myśl którego to struktury są pierwotne, natomiast ich ewentualne egzemplifikacje (składające się z takich-a-nie-innych obiektów) odgrywają rolę wtórną. W przypadku tej orientacji nie mówimy o żadnej danej uprzednio ontologii, z której czerpalibyśmy obiekty i dopiero nadawali im odpowiednie role w strukturach. Podstawową rolę odgrywa pojęcie miejsca w strukturze, które jest — mówiąc swobodnie — pierwotne wobec obiektu zajmującego to miejsce.

Obie te perspektywy w pewnym sensie stanowią odzwierciedlenie dwóch stanowisk w sporze o uniwersalia (stanowisk różnych — lecz *w ramach* realizmu pojęciowego!). Perspektywa *places-are-offices*, w myśl której struktura jest wtórna w stosunku do jej egzemplifikacji, wydaje się bliższa umiarkowanej wersji realizmu pojęciowego Arystotelesa, natomiast perspektywa *places-are-objects*, która przyznaje ontyczną pierwotność strukturom, zdaje się bliższa realizmowi pojęciowemu Platona.

Shapiro odwołuje się do tych dwóch perspektyw, rozważając trzy różne wersje stanowiska strukturalistycznego. Są to:

1. Strukturalizm eliminacyjny.
2. Strukturalizm modalny.
3. Strukturalizm *ante rem* (za którym opowiada się Shapiro).

Pominę tutaj prezentację strukturalizmu eliminacyjnego. Przyjmuje on perspektywę *places-are-offices*, a więc z punktu widzenia tego stanowiska struktury są wtórne w stosunku do systemów. Aby z kolei można było mówić o systemie, konieczna jest jakaś „ontologia tła”, z której będziemy czerpać obiekty tworzące ów system. Sama natura obiektów z owej ontologii tła nie ma znaczenia — bowiem i tak z punktu widzenia strukturalistycznego one tylko będą odgrywać pewne role[22]. Jednak ta ontologia nie jest już opisywana

[22] Rolę liczby 0 może zatem odgrywać zbiór pusty, albo $\{\emptyset, \{\{\{\emptyset\}\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, albo dowolny inny obiekt. Kiedy jednak ów obiekt występuje w roli zera, zapominamy o jego uprzedniej tożsamości.

w czysto strukturalistycznych kategoriach. Można powiedzieć swobodnie, że strukturalizm wkracza na arenę, dopiero gdy mamy już dane obiekty. Ta wersja strukturalizmu nie odmawia więc owym obiektom wewnętrznej natury. W pewnym więc sensie jest to stanowisko hybrydowe, które nie czyni zadość ani intuicjom realisty obiektowego (gdyż wprowadza pojęcie struktury), ani strukturalisty (gdyż wprowadza ową ontologię tła, z której pochodzą owe obiekty).

Nie będę tu również rozważał modalnej wersji strukturalizmu. W myśl tej koncepcji teorie matematyczne opisują struktury — tyle że jedynie *możliwe*, a nie istniejące. A zatem twierdzenia matematyczne winny zostać „zmodalizowane"[23]. Tu ograniczam się do analizy znacznie ważniejszej — moim zdaniem — realistycznej wersji strukturalizmu.

Shapiro opowiada się za strukturalizmem w wersji *ante rem*. Stwierdza wprost „Struktury istnieją niezależnie od tego, czy są egzemplifikowane w pewnym niestrukturalnym 'królestwie', czy nie" [Shapiro 1997, 89]. Nie jest konieczne przyjmowanie założeń dotyczących ontologii, stanowiącej źródło obiektów egzemplifikujących struktury. Zakładamy bowiem samoistne istnienie struktur, niejako *per se*. Dlatego właśnie stanowisko to Shapiro określa jako „strukturalizm *ante rem*".

Podstawowe dla tej koncepcji jest pojęcie struktury. Nie ma tu odwołań do pojęć związanych z ontologią tła czy pojęć modalnych. Swobodnie mówiąc, struktura zawiera miejsca, na których określone są funkcje i relacje. Shapiro wzoruje swoją teorię struktur na teorii mnogości, twierdząc, że zarówno teoria struktur, jak i teoria mnogości mogą służyć jako podstawa dla matematyki. Trzeba od razu podkre-

[23]Twórcą modalnej wersji strukturalizmu jest Hellman, por. [Hellman 1989]. W tym ujęciu nie twierdzimy np. że zdanie α wyraża pewną prawdę o liczbach naturalnych traktowanych jako obiektywnie istniejące przedmioty. Dokonujemy bowiem następujących parafraz:
• Dla dowolnego *możliwego* systemu S, jeśli S egzemplifikuje strukturę liczb naturalnych, to jest w nim prawdziwe zdanie α.
• *Konieczne* jest, że — dla dowolnego systemu S — jeśli S egzemplifikuje strukturę liczb naturalnych, to jest w nim prawdziwe zdanie α.

ślić, że to, iż teoria struktur jest *wzorowana* na teorii mnogości nie znaczy bynajmniej, że *sprowadza* się do teorii mnogości. Stanowisko strukturalizmu *ante rem* jest bowiem sformułowane poprzez podanie aksjomatyzacji pojęcia struktury, traktowanego jako pojęcie pierwotne. Z punktu widzenia teorii struktur, teoria mnogości jest jedynie jedną z wielu dyscyplin matematycznych, a nie dyscypliną wyróżnioną[24]. Dzięki temu teoria struktur, jako teoria opisująca ontologię dla matematyki, jest bardziej uniwersalna — nie narzuca bowiem żadnego systemu pojęć jako podstawowego (w szczególności nie wymusza wyboru pojęcia należenia jako podstawowego).

Shapiro w swojej koncepcji odróżnia strukturę od systemu. System to po prostu zespół miejsc w strukturze, na których określone są pewne relacje i funkcje. Zauważmy od razu, że mogą istnieć izomorficzne, lecz *różne* systemy. Na przykład dwa ω-systemy:

(a) $1, 3, 5 \ldots$

(b) $2, 4, 6 \ldots$

zbudowane są z *różnych* miejsc w strukturze liczbowej, więc są *różne*, choć izomorficzne. Taka sytuacja nie może zachodzić w wypadku struktur — w koncepcji Shapiro *izomorficzne* struktury są *identyczne*. Izomorfizm stanowi więc kryterium identyczności struktur, ale nie systemów!

Właściwym przedmiotem zainteresowania arytmetyki nie są poszczególne systemy, lecz *struktura liczbowa*. I ta struktura jest już wyznaczona jednoznacznie, zgodnie z założeniem, że to izomorfizm struktur stanowi kryterium ich identyczności. Istnieje więc *dokładnie jedna* ω-struktura — a nie tylko jedna (z dokładnością do izomorfizmu). Terminy arytmetyczne („liczba 5" czy „największy wspólny dzielnik liczb 24 i 32") odnoszą się do miejsc w *tej* strukturze — a więc ich desygnaty są wyznaczone jednoznacznie. W ontologii

[24]Z punktu widzenia teoriomnogościowej wersji realizmu, teoria mnogości jest oczywiście dyscypliną wyróżnioną, ponieważ wszystkie pojęcia matematyczne są redukowalne do pojęć teorii mnogości (i konsekwentnie — obiekty matematyczne są redukowalne do zbiorów).

strukturalistycznej mamy więc do czynienia ze strukturami, miejscami w strukturach, relacjami i funkcjami.

Pojęcie struktury jest przez Shapiro zaksjomatyzowane bezpośrednio, na wzór aksjomatyzacji (w logice drugiego rzędu) pojęcia zbioru. Nie ma tu miejsca na szczegółową techniczną prezentację, jednak przytoczę kilka przykładowych aksjomatów. Nieco upraszczam oryginalne wersje aksjomatów Shapiro, eliminując te fragmenty, które mówią o funkcjach (dla zrozumienia samej idei nie ma to znaczenia).

(1) Aksjomat nieskończoności: Istnieje co najmniej jedna struktura mająca nieskończenie wiele miejsc[25].

(2) Aksjomat odejmowania (*subtraction*): Niech S będzie strukturą, a R relacją z S. Istnieje wówczas struktura S^* izomorficzna z systemem składającym się z miejsc i relacji określonych na strukturze S, z wyjątkiem relacji R[26].

(3) Aksjomat podklasy (*subclass*): Niech S będzie strukturą, a c podklasą miejsc w S. Istnieje wówczas struktura S^* izomorficzna z systemem składającym się z c, ale bez relacji[27].

(4) Aksjomat dołączania (*addition*): Niech S będzie strukturą, zaś R dowolną relacją określoną na miejscach struktury S. Istnieje wówczas struktura S^* izomorficzna z systemem, który składa się z miejsc i relacji danych w strukturze S wraz z dołączoną relacją R[28].

(5) Aksjomat struktury potęgowej (*powerstructure*) stwierdza, że istnieje struktura, stanowiąca „imitację” zbioru potęgowego danej struktury S[29].

---

[25] Jest to odpowiednik teoriomnogościowego aksjomatu istnienia zbioru nieskończonego.

[26] Idea jest prosta: (1) Mamy strukturę S. (2) Pomijamy jedną relację R. (3) To nam tworzy pewien nowy system. (4) Zakładamy, że istnieje struktura S^*, izomorficzna z tym systemem.

[27] Idea jest taka: istnieją „gołe” struktury S^*, które imitują podzbiory „odarte” z relacji.

[28] Czyli istnieje struktura S^* polegająca na wzbogaceniu struktury S o pewną relację.

[29] Formalnie: Niech S będzie strukturą, zaś A — klasą miejsc w tej strukturze. Istnieje struktura P i dwuargumentowa relacja E określona w P taka, że dla dowolnego podzbioru $s \subseteq A$ istnieje miejsce x_s w strukturze P takie, że: $\forall z(z \in s \Leftrightarrow E(z, x_s))$. Relacja E „imituje” teoriomnogościową relację należenia.

Shapiro wprowadza także dalsze aksjomaty (analog aksjomatu zastępowania; aksjomat koherencji, wyrażający fakt, że każda spójna teoria opisuje pewną strukturę, oraz aksjomat refleksji). To ma zapewnić jego teorii struktur dostateczną siłę — odpowiadającą sile teorii mnogości[30]. Takie ujęcie uwalnia nas od konieczności uznania pojęcia należenia za pojęcie podstawowe. Teoria struktur ma więc bardziej uniwersalny charakter i stanowić to ma jej metodologiczną zaletę[31].

5. UWAGI KOŃCOWE

Ujęcie strukturalistyczne zdobywa coraz większą popularność. Sądzę jednak, że pod niektórymi względami nie odbiega aż tak bardzo od stanowiska realizmu obiektowego, jak to się może wydawać, i różnice są do pewnego stopnia werbalne. Niektóre tezy strukturalizmu są dość naturalne, jednak inne wydają się zbyt radykalne — i przez to mało wiarygodne. Sądzę, że w odniesieniu do wielu pojęć matematycznych mamy poczucie, iż nie mają one czysto strukturalnego charakteru —

Struktura P odgrywa niejako ową rolę zbioru potęgowego. Każdemu podzbiorowi $s \subseteq A$ odpowiada pewne miejsce x_s w strukturze P. Swobodnie mówiąc, to miejsce x_s będzie odgrywać rolę zbioru s. Relacja E w strukturze P ma więc imitować relację należenia.

[30]Shapiro przyznaje, iż jego koncepcja wzorowana jest na teorii mnogości drugiego rzędu: „Ostatecznie więc, teoria struktur stanowi przeróbkę teorii mnogości Zermelo-Fraenkla drugiego rzędu" [Shapiro 1997, 95]. Aksjomaty teorii struktur są w gruncie rzeczy wariantami (przeformułowaniami) aksjomatów teorii mnogości (choć sformułowane przy użyciu innych pojęć pierwotnych). Fakt ten ma znaczenie przy dyskusji „ontologicznych kosztów" stanowiska strukturalistycznego.

[31]Należy tu jednak powiedzieć, że sam Shapiro przyznaje, że nie stanowi to argumentu rozstrzygającego — teoria struktur i teoria mnogości są bowiem do siebie sprowadzalne. Ilustruje to wypowiedź Shapiro dotycząca różnych wariantów stanowiska strukturalistycznego: „W pewnym sensie, wszystkie mówią to samo, z użyciem innych pojęć pierwotnych. Sytuacja strukturalizmu jest podobna do sytuacji geometrii. Pierwotne mogą być punkty albo proste. Nie ma to znaczenia, ponieważ w obu wypadkach opisywana jest ta sama struktura" [Shapiro 1997, 97]. Te warianty można do siebie sprowadzić (oczywiście kosztem pewnych dodatkowych założeń). Wybór jest więc — do pewnego stopnia — kwestią gustu.

tak jest np. w przypadku pojęcia należenia. Jednak szczegółowa dyskusja tych zagadnień wykraczałaby poza ramy tego artykułu.

BIBLIOGRAFIA

Benacerraf P.,

[1965] "What Numbers Could Not Be", *Philosophical Review* 74, 47–73, [przedrukowane w:] *Philosophy of Mathematics*, [eds.:] Benacerraf P., Putnam H., wydanie drugie, 1983, Cambridge University Press, Cambridge, 272–294.

Bondecka-Krzykowska I.,

[2007] *Matematyka w ujęciu strukturalnym*, Wydawnictwa Naukowe UAM, Poznań.

Brink C., Revitzky I.,

[2002] "Three Dual Ontologies", *Journal of Philosophical Logic* 13, 543–568.

Chihara C.,

[2004] *A Structural Account of Mathematics*, Oxford University Press, Oxford.

Descartes R.,

[1958] *Prawidła kierowania umysłem; poszukiwanie prawdy przez światło przyrodzone rozumu*, PWN, Warszawa.

Heller M., Mączka J.,

[2004] „Strukturalizm w filozofii matematyki", *Kwartalnik Filozoficzny* XXXII (2), 5–22.

Hellman G.,

[1989] *Mathematics without Numbers*, Clarendon Press, Oxford.

Parsons C.,

[1990] "The Structuralist View of Mathematical Objects", *Synthese* 84, 303–346; [pol. tłum.:] „Strukturalizm o obiektach matematyki", [w:] *Współczesna filozofia matematyki*, [red.:] Murawski R., PWN, Warszawa 2002, 359–376

Quine W.V.O.,

[1998] *Od bodźca do nauki*, [tłum.:] Stanosz B., Alatheia, Warszawa.

Resnik M.D.,

[1981] “Mathematics as a Science of Patterns: Ontology”, *Nous* 15, 529–550.

[1996] “Structural Relativity”, *Philosophia Mathematica* 4, 83–99.

[1998] *Mathematics as a Science of Patterns*, Oxford University Press, Oxford.

Shapiro S.,

[1996] “Space, Number and Structure: A Tale of Two Debates”, *Philosophia Mathematica* 3 (4), 148–173.

[1997] *Philosophy of Mathematics. Structure and Ontology*, Oxford University Press, New York, Oxford.

SUMMARY

MATHEMATICAL STRUCTURALISM AND ITS BASIC ASSUMPTIONS

The notion of a structure is one of the fundamental notions in mathematics: we speak of geometrical, topological, probabilistic, differential etc. structures. This notion is also important in the philosophical discussion concerning ontology for mathematics. In the last decades, the stance of mathematical structuralism attracts more and more attention. In this article I discuss the motivations which lie behind mathematical structuralism and briefly present Shapiro’s *ante rem* structuralism.

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 61–83

Krzysztof WÓJTOWICZ
Wydział Nauk Humanistycznych i Społecznych,
Szkoła Wyższa Psychologii Społecznej w Warszawie

OBLICZA MATEMATYCZNEGO QUASI-EMPIRYZMU

W tradycji filozoficznej przez długi czas dominował pogląd, iż matematyka jest nauką aprioryczną, w ramach której poszukujemy — kierowani światłem czystego rozumu — odpowiedzi na pytania dotyczące wiecznych, niezmiennych i abstrakcyjnych bytów matematycznych. Dla filozofów tradycji racjonalistycznej stanowiła ona swoisty wzorzec wiedzy pewnej. Nie ma w takiej wizji miejsca na uwzględnienie wątków empirycznych. Taki pogląd na matematykę jest bliski wielu matematykom, a do przyjęcia go skłania ich codzienna praktyka badawcza. Nie sądzą przecież, że dowód przebiega w określony sposób, bo zachęciły nas do tego przypadkowe okoliczności empiryczne — ale w innych okolicznościach równie dobrze można byłoby udowodnić tezę przeciwną. Dowody nie chcą nas słuchać tak, jak bohaterowie wymyślanych przez nas historyjek — ale nie są też kapryśne, jak pogoda, lub kursy akcji. Kiedy dowodzimy twierdzeń, „czujemy", że kolejne kroki dowodowe muszą przebiegać tak a nie inaczej — i że niejako odkrywają się przed nami coraz to nowe aspekty zagadnienia. Wielu matematyków ma poczucie, że matematykę odkrywają — a nie tworzą[1]. Ich zdaniem, po prostu *musi* być tak a nie inaczej! I to,

[1]Takie doświadczenie jest udziałem bardzo wielu matematyków, jasny wyraz temu przeświadczeniu dał też np. Hardy: „Osobiście zawsze uważałem matematyka

jakie twierdzenia matematyczne udowodnimy, i jak sformułujemy ich dowody, nie zależy w najmniejszym stopniu od okoliczności empirycznych — własności chemicznych węgla, stałej grawitacji, średniej długości życia pszczoły *etc.* W przeciwieństwie do praw empirycznych, twierdzenia matematyczne — jeśli już zostaną poprawnie udowodnione — nie podlegają rewizji. To wszystko skłania nas uznania tezy, że matematyka opisuje pewną sferę, która jest całkowicie niezależna od sfery empirycznej, zaś poznanie matematyczne ma charakter czysto racjonalny.

Z drugiej jednak strony, trudno nie dostrzec głębokich związków między matematyką a naukami empirycznymi (przede wszystkim z fizyką). Galileusz miał powiedzieć, że księga przyrody napisana jest w języku matematyki. W dyskusjach filozoficznych często mówi się o matematyczności przyrody. Takie stwierdzenia — choć są często niezbyt jasno sformułowane — wyrażają intuicję, w myśl której matematyka (odgrywająca fundamentalną rolę w zdobywaniu wiedzy na temat świata fizycznego) w pewnym sensie odzwierciedla strukturę świata fizycznego. Faktycznie — trudno byłoby sobie wyobrazić fizykę bez matematyki. Mówi się niekiedy, że matematyka jest językiem fizyki, i że do tego sprowadza się jej rola poznawcza[2]. Takie wrażenie może powodować fakt, że rzeczywiście duża część badań matematycznych wyrasta z inspiracji fizycznych. Rachunek różniczkowy i całkowy nie wziął się z czystej kontemplacji, ale z potrzeby opisania pewnych

---

w pierwszym rzędzie za obserwatora, człowieka, który obserwuje odległe pasmo górskie i odnotowuje swoje obserwacje. Jego zadaniem jest jasne wyodrębnienie i opisanie innym tak wielu szczytów, jak tylko jest to możliwe" [Hardy 1929, 18]. Cantor mówił o sobie jako o sprawozdawcy wyników swoich badań. Bers (specjalista w dziedzinie równań różniczkowych) deklaruje wprost: „Gdy jednak uprawiam matematykę, mam subiektywne odczucie, że istnieje realny świat, który należy odkryć: świat matematyki. Ten świat jest dla mnie znacznie bardziej nieprzemijający, niezmienny i rzeczywisty niż fakty rzeczywistości fizycznej" (w: [Hammond 1983, 31]). Dieudonne twierdzi: „W końcu [uciążliwi filozofowie — K.W.] zostawiają nas w spokoju, a wówczas wracamy do naszej matematyki i robimy to, co robiliśmy zawsze, z poczuciem, które ma każdy matematyk, że pracujemy nad czymś rzeczywistym" [Dieudonne 1970, 145] (cytat za [Davis, Hersh 1994, 281]).

[2]Tak sądzą np. neopozytywiści.

zjawisk mechanicznych. Równanie fali czy równanie ciepła to podstawowe typy równań różniczkowych — inspiracje fizyczne towarzyszące ich sformułowaniu są oczywiste. Rachunek prawdopodobieństwa ma swoje źródła w rozważaniach dotyczących gier hazardowych. I tak dalej... To sugeruje przyjęcie wizji matematyki jako dyscypliny — w pewnym sensie — wtórnej w stosunku do nauk empirycznych. Jeśli więc nawet uznanie matematyki za li tylko język nauk empirycznych jest pewną skrajnością, to dyskusje filozoficzne winny uwzględniać te głębokie zależności.

Ta zależność może wyrażać się na różne sposoby. W niniejszym artykule omawiam stanowiska dwóch autorów, którzy podkreślają związki matematyki z naukami empirycznymi. Stawiają sobie jednak zupełnie inne pytania: Quine skupia się na problematyce ontologicznej, Lakatos — na metodologicznej[3].

1. REALISTYCZNY QUASI-EMPIRYZM QUINE'A

Quine jest matematycznym realistą i od niego pochodzi tzw. argument z niezbędności — argument na rzecz matematycznego realizmu, który jest dyskutowany bardzo żywo we współczesnej filozofii matematyki. Punktem wyjścia analiz Quine'a i podstawą jego argumentacji na rzecz realizmu matematycznego jest fakt, że matematyka stanowi nieusuwalny składnik teorii naukowych. Warto przypomnieć, jaka jest metafilozoficzna orientacja Quine'a: uważa on, że zadaniem filozofii jest teoretyczna analiza i włączenie wyników nauk szczegółowych w pewien całościowy obraz rzeczywistości, a nie szukanie dla nich epistemologicznej podstawy[4]. Cała koncepcja Quine'a jest więc w nierozerwalny sposób związana z jego analizami dotyczącymi roli matematyki w naukach empirycznych.

---

[3]Nie wyczerpuje to oczywiście całej bogatej problematyki związków matematyki z naukami empirycznymi.

[4]„Moje metodologiczne rozważania [...] należy także uważać za naturalistyczne; nie stanowią one części filozofii pierwszej, poprzedzającej naukę. Ich tłem jest [...] świat fizyczny widziany w perspektywie globalnej nauki" [Quine 1981, 49].

Schemat argumentacji Quine'a jest w uproszczeniu następujący: źródłem naszej wiedzy są dane zmysłowe, które następnie są poddawane „teoretycznej obróbce", aby uzyskać możliwie spójny obraz świata. W tej „obróbce" istotną rolę odgrywa mechanizm postulowania istnienia przedmiotów — np. przedmiotów fizycznych, będących źródłem naszych wrażeń. Zakładamy przecież, że podobne wrażenia zmysłowe wiążą się z tym samym, obiektywnie istniejącym i trwającym w czasie przedmiotem. Dokonujemy tu więc zabiegu reifikacji — a to dlatego, że dzięki temu możemy stworzyć prosty i operatywny obraz świata. Lepszy jest tu obraz fizykalistyczny niż fenomenalistyczny — i dlatego wybieramy ten pierwszy[5].

Zdaniem Quine'a, nauka wyrasta z wiedzy potocznej i w tworzeniu wiedzy naukowej możemy wskazać podobne mechanizmy, jak w tworzeniu wiedzy zdroworozsądkowej. W szczególności bardzo istotną rolę odgrywa wspomniany już mechanizm reifikacji, *postulowania* istnienie obiektów pewnego typu. Na poziomie wiedzy zdroworozsądkowej postulujemy istnienie krzeseł, na poziomie wiedzy naukowej postulujemy istnienie elektronów... i przedmiotów matematycznych. Taki zabieg rozszerzania ontologii ma miejsce na każdym etapie tworzenia się naszej wiedzy — przy czym ostatecznym kryterium przyjęcia danej teorii jest jej zgodność z doświadczeniem (czyli — w ostatecznym rozrachunku — ze strumieniem wrażeń zmysłowych). Oczywiście ta zgodność nie jest rozumiana w prosty i naiwny sposób — chodzi o teoretyczne dopasowanie całej koncepcji do danych wyjściowych. Reguły postulowania (*scil*: kryteria istnienia) przedmiotów wykraczają oczywiście poza obserwowalność: „Przedmioty fizyczne są pojęciowo wnoszone do sytuacji jako wygodne ogniwa pośredniczące — nie przez definiowanie ich w terminach doświadczenia, lecz jako nieredukowalne byty postulowane" [Quine 1953b, 67]. Ma to fundamentalne znacze-

[5]„Łącząc oddzielne doznania zmysłowe i traktując je jako percepcję jednego przedmiotu ujmujemy bogactwo naszych doznań w prostym i operatywnym schemacie pojęciowym. Przyporządkowywanie danych zmysłowych przedmiotom zewnętrznym jest [...] podyktowane zasadą prostoty: wcześniejsze i późniejsze wrażenie okrągłości łączymy z tą samą monetą lub z dwiema różnymi monetami, kierując się postulatem maksymalnej prostoty naszego całościowego obrazu świata" [Quine 1953a, 31].

nie dla problemu istnienia obiektów matematycznych: Quine twierdzi bowiem, że skoro w tworzonych przez nas teoriach musimy wprowadzać postulaty egzystencjalne dotyczące obiektów matematycznych, to trzeba te postulaty potraktować poważnie — i konsekwentnie przyjąć istnienie tych obiektów[6].

Taki wniosek wzbudza oczywiście sprzeciw filozofa o orientacji nominalistycznej. „Czy fakt, że mówimy, iż dwa krzesła i dwa krzesła to razem cztery krzesła, ma świadczyć o tym, że istnieją abstrakcyjne byty, takie jak liczby?” — spyta taki filozof. Z jego punktu widzenia, posługiwanie się terminologią matematyczną jest oczywiście wygodne, ale matematyka stanowi jedynie pomocniczy aparat w naszej komunikacji. Tak właśnie rolę matematyki widzieli neopozytywiści — jako system pomocniczych konwencji. Carnap podkreślał, że w każdej nauce mamy do czynienia z pewnym systemem językowym, którym się posługujemy, bo to jest wygodne. Jednak nie nakłada to na nas bynajmniej obowiązku uznania, że wszystkie używane terminy mają pozajęzykowe desygnaty. Aby uzasadnić swój pogląd, Carnap wprowadza rozróżnienie pytań o istnienie na pytania *wewnętrzne* i *zewnętrzne*. Tylko te pierwsze mają naukowy charakter — są to bowiem pytania o istnienie sformułowane *wewnątrz* pewnej aparatury pojęciowej. „Rozpoznać coś jako rzeczywistą rzecz... znaczy tyle, co włączyć to coś w system rzeczy... tak, że pasuje do pozostałych rzeczy rozpoznawanych jako rzeczywiste, zgodnie z regułami aparatury pojęciowej” [Carnap 1950, 419]. Natomiast pytania zewnętrzne, pytania o realność całego systemu bytów nie mają charakteru naukowego, nie można na nie bowiem odpowiedzieć odwołując się do kryteriów empirycznych. Sam fakt, że język rzeczy jest efektywny nie stanowi więc argumentu na rzecz realności świata rzeczy (a więc na rzecz metafizycznego realizmu), a jedynie argument na rzecz pragmatycznych zalet takiej właśnie aparatury pojęciowej. Zewnętrznym pytaniem jest więc filozoficzne py-

[6]Należy też przypomnieć, że Quine nie różnicuje sposobów istnienia (na np. fizyczne, intencjonalne, myślne, fikcyjne, możliwe *etc.*). Tym samym odrzuca wyjaśnienia statusu ontycznego obiektów matematycznych odwołujące się do takich rozróżnień (że np. obiekty matematyczne istnieją tylko w sensie słabym, fikcyjnym, intencjonalnym, mentalnym *etc.*)

tanie o świat zewnętrzny — ale także pytanie o istnienie liczb, zbiorów i innych obiektów matematycznych. Terminy matematyczne wprowadzamy dla wygody, na mocy konwencjonalnej decyzji — i to wszystko. Nie odpowiada im żadna pozajęzykowa, matematyczna rzeczywistość.

Quine odrzuca ten pogląd Carnapa, kwestionując podział na pytania zewnętrzne i wewnętrzne. W słynnych *Dwóch dogmatach empiryzmu* poddał radykalnej krytyce założenia, na których opiera się neopozytywistyczna wizja nauki i filozofii. Owe założenia (które określa jako dogmaty) Quine formułuje w następujący sposób:

(i) Pomiędzy zdaniami analitycznymi (których prawdziwość wynika wprost z postulatów języka i jest niezależna od faktów) i syntetycznymi (których prawdziwość uzależniona jest od stanu faktycznego) jest rozdział o fundamentalnym charakterze.

(ii) Aby zdanie można było uznać za sensowne, musi być ono równoważne (czyli inaczej: redukowalne do) pewnej konstrukcji logicznej, odwołującej się do terminów, które odnoszą się bezpośrednio do danych doświadczenia [Quine 1953b].

Podział zdań na analityczne i syntetyczne nie ma jednak — zdaniem Quine'a — racji bytu[7]. A przecież to właśnie przypisanie pewnym wypowiedziom statusu konwencji pozbawionych faktycznej treści stanowi fundament neopozytywistycznego poglądu na matematykę jako na składnię języka nauki (czy — posługując się słowami Hempla — jako na „teoretyczną sokowirówkę", służącą jedynie do wyciągania nowych wniosków). Quine odrzuca również empirystyczny dogmat redukcjonizmu, czyli „przekonanie, że każdemu zdaniu, czy też

[7] „[J]esteśmy skłonni zakładać ogólnie, że prawdziwość zdań daje się rozłożyć na komponent językowy i komponent faktualny. Przy tym założeniu wydaje się racjonalne sądzić, że w przypadku pewnych zdań ów komponent faktualny powinien być zerowy: byłyby to właśnie zdania analityczne. Lecz przy całej apriorycznej racjonalności tego pomysłu linia graniczna pomiędzy zdaniami analitycznymi i syntetycznymi po prostu nie została poprowadzona. Przekonanie, że rozróżnienie to jest w ogóle wykonalne jest nieempirycznym dogmatem empirystów, ich metafizycznym artykułem wiary" [Quine 1953b, 57–58].

każdemu zdaniu syntetycznemu, odpowiada jednoznacznie określony zbiór możliwych zdarzeń zmysłowych, z których każde realizując się, wzmaga prawdopodobieństwo tego zdania, a także określony zbiór możliwych danych zmysłowych, których realizacja obniża to prawdopodobieństwo" [Quine 1953b, 63]. Ów dogmat leży u podłoża przekonania, że poszczególne zdania w teorii naukowej możemy niejako wyizolować z teorii, i tak je weryfikować lub obalać. Quine twierdzi natomiast, że „nasze twierdzenia o świecie zewnętrznym stają przed trybunałem doświadczenia zmysłowego nie indywidualnie, lecz zbiorowo" [Quine 1953b, 63]. Mówiąc obrazowo, takim „kwantem", czyli jednostką sensu empirycznego jest cała teoria. Znaczenia są nadawane terminom w ramach całej teorii, włącznie z instrumentarium matematycznym i logicznym, a wszystkim zdaniom tej teorii jest przypisywany podobny status. Teorie naukowe winny być więc traktowane jako niepodzielne całości — i w szczególności konstruowanie „fragmentarycznej ontologii" nie ma racji bytu. Jeśli przyjmujemy pewne postulaty w ramach danej teorii, to winniśmy traktować je poważnie — w szczególności poważnie traktować *wszystkie* zdania egzystencjalne. Nie możemy więc traktować zdań matematycznych jako konwencji notacyjnych, nie możemy twierdzić, że ich prawdziwość ma czysto konwencjonalny charakter, i że pozbawione są pozajęzykowej interpretacji. Quine domaga się poważnego traktowania przyjmowanych przez nas w teoriach naukowych hipotez, nie dopuszczając wyjaśnienia w duchu instrumentalizmu. Nie ma bowiem uzasadnienia twierdzenie, że oto niektóre ze zdań danej teorii zinterpretujemy realistycznie, zaś inne potraktujemy jako czysto konwencjonalne. Carnapowski podział oparty jest bowiem na założeniach, które nie wytrzymują krytyki.

Zdaniem Quine'a, na pytania dotyczące ontologicznego statusu matematyki można odpowiedzieć dopiero wtedy, gdy poddamy analizie nasze teorie naukowe, i gdy wyjaśnimy, jaką rolę odgrywa w nich matematyka. Z całą pewnością matematyka nie może być traktowana jako dyscyplina autonomiczna, oderwana od reszty naszej poznawczej działalności. Koncepcja Quine'a nie dopuszcza żadnej czysto matematycznej władzy poznawczej, umożliwiającej bezpośredni „wgląd" w matematyczne uniwersum[8]. Nasze poznanie matematyczne dokonuje się nie poprzez *intelektuelle Anschauung*, ale jest zapośredniczone w naukach empirycznych — zaś kryterium prawdziwości zdań matematycznych stanowi w ostatecznym rozrachunku doświadczenie. Oczywiście nie chodzi tu bynajmniej o to, że zamiast dowodów matematycznych winniśmy przeprowadzać doświadczenia laboratoryjne, ale o to, że nasze uznanie zdań matematycznych za *prawdy* mają charakter wtórny w stosunku do uznania za prawdziwe pewnych teorii empirycznych. Mamy więc pewną zależność między empirią a matematyką. Oczywiście, nie chodzi tutaj o zależność taką, jaką sobie wyobrażał Mill (którego zdaniem matematyka stanowi po prostu indukcyjne uogólnienie wiedzy empirycznej — coś w rodzaju praktycznych reguł liczenia połączonych z regułami kartograficzno-geodezyjnymi)[9]. Zależność od empirii jest oczywiście subtelna — ale obecna! Quine przyjmuje tezę holizmu, w myśl której jednostką sensu empirycznego jest teoria — i ponieważ teoria jest potwierdzana lub odrzucana w całości, to również związana z nią ontologia winna być zaakceptowana lub odrzucona w całości. Dotyczy to w szczególności również matematycznej składowej tej ontologii. Jest jasne, że w ten sposób możemy uzasadniać stanowisko realistyczne jedynie w stosunku do stosowanych fragmentów matematyki — zaś matematyka czysto teoretyczna zostaje uznana za system niezinterpretowany. Stosowalność matematyki stanowi zatem klucz do uzasadniania stanowiska matematycznego realizmu.

---

[8]O takiej zdolności do intelektualnego ujmowania prawd matematycznych pisał np. Gödel: „Pomimo ich [obiektów teorii mnogości — K.W.] oddalenia od danych zmysłowych mamy coś w rodzaju percepcji obiektów teorii mnogości, co widać z faktu, że aksjomaty narzucają się nam jako prawdziwe. Nie widzę powodu, aby mieć mniej zaufania do tego rodzaju percepcji, tj. do intuicji matematycznej, niż do percepcji zmysłowej" [Gödel 1947/64, 271]. Gödel lokuje się więc w tradycji racjonalistycznej.

[9]„Każde twierdzenie geometrii jest prawem dotyczącym natury zewnętrznej i można by je było ustalić, uogólniając na podstawie obserwacji i eksperymentu, które w tym przypadku sprowadzało się do porównania i mierzenia" [Mill 1962, 211].

Argument Quine'a na rzecz istnienia bytów matematycznych ma więc jasną strukturę. Opiera się na dwóch przesłankach:

(1) Matematyka jest niezbędna w naukach empirycznych.

(2) Ontologia teorii naukowych winna być przyjmowana w całości[10].

Argument Quine'a nosi w literaturze nazwę „argumentu z niezbędności" (*indispensability argument*). We współczesnej literaturze dotyczącej sporu realizm-antyrealizm w filozofii matematyki jest to argument zdecydowanie najszerzej dyskutowany — i to ten argument stanowi główny przedmiot ataku reprezentantów stanowiska antyrealistycznego[11].

Quine jest zatem matematycznym realistą, należy go również określić jako matematycznego empirystę. Empiryzm ten wyraża się zaś w tym, że pytanie o prawdziwość zdań matematycznych należy rozpatrywać w kontekście teorii empirycznych. O tym, czy dane zdanie matematyczne jest prawdziwe, i w szczególności o tym, czy dana teoria matematyczna posiada pozajęzykowe odniesienie, decydują więc wyniki analiz dotyczących teorii empirycznych. Płynie stąd pewien ważny wniosek — status teorii zinterpretowanych mogą wówczas uzyskać jedynie te fragmenty matematyki, które można uznać za „składowe" teorii fizycznych. Status teorii „czystych" jest inny — akceptujemy je,

[10]Oczywiście, samo sformułowanie „przyjmowana w całości" nie ma uchwytnego sensu, dopóki nie poda się jakiegoś jasnego kryterium, które pozwoli na identyfikację tej ontologii. Quine dostrzega oczywiście ten problem, zauważając, że jest to problem niebanalny: już na poziomie naszych zdroworozsądkowych przekonań nie jest do końca jasne, jakie składowe przyjmujemy w naszej ontologii. Quine podaje takie kryterium — konieczne jest sprowadzenie badanej teorii do „kanonicznej" postaci, jaką jest postać w rachunku kwantyfikatorów (czy inaczej: w logice elementarnej), zaś o tym, jaka jest ontologia, poinformuje nas analiza zdań z kwantyfikatorem egzystencjalnym. Pomijam techniczne szczegóły, ponieważ ich wyjaśnienie zabrałoby bardzo dużo miejsca — a nie są one zbyt istotne z punktu widzenia ogólnej prezentacji argumentu Quine'a.

[11]Autorami, którzy polemizują ze stanowiskiem Quine'a są np. Field, Chihara, Hellman czy Balaguer. Wszyscy oni jednak — niezależnie od tego, że z tezami Quine'a się nie zgadzają — uważają jego argument za istotny i wart dyskusji.

jeśli pełnią rolę porządkującą, jeśli służą do upraszczania i ujednolicania teorii matematyki stosowanej. Jeśli jednak nie pełnią tej roli, to winniśmy je traktować jak systemy niezinterpretowane[12].

Należy jednak podkreślić, że jest to empiryzm, który można nazwać empiryzmem ontologicznym. Quine nie wysuwa stąd bynajmniej żadnych wniosków dotyczących metod uprawiania matematyki (ani w planie deskryptywnym, ani normatywnym). Stanowisko Quine'a nie zakłada bynajmniej wprowadzenia jakichkolwiek procedur o charakterze empirycznym, modyfikacji pojęcia dowodu, naruszenia statusu zwykłej metody dowodzenia twierdzeń. Nie twierdzi przecież, że twierdzenia matematyczne można falsyfikować empirycznie[13]. Z punktu widzenia samej *metodologii* uprawiania matematyki nic się nie zmienia. Kryteria empiryczne ingerują natomiast na poziomie interpretacji ontologicznej — wówczas, gdy zastanawiamy się, czy dana teoria winna zostać uznana za zinterpretowaną, jej zdania za prawdziwe (w klasycznym sensie), zaś obiekty, o których mówi — uwzględnione w naszej ontologii. Quine nie mówi nic o empirycznym weryfikowaniu twierdzeń, twierdzi natomiast, że doświadczenie jest ostateczną instancją rozstrzygającą o tym, że dana teoria fizyczna (wraz z matematycznym instrumentarium) winna zostać zaakceptowana. Teoria jest bowiem przyjmowana jako całość — włącznie z aparatem matematycznym. Można powiedzieć, że jej matematyczny fragment „dziedziczy" empiryczne potwierdzenie[14]. Natomiast dowody matematyczne nadal pozostają na swoim miejscu — być może

[12]„Ta część matematyki, która jest potrzebna w naukach empirycznych, ma ten sam status, co reszta nauki. Pozaskończone rozgałęzienia mają ten sam status, o ile pełnią rolę upraszczającego usystematyzowania (*simplificatory rounding out*), jednak reszta ma status niezinterpretowanych systemów" [Quine 1984, 788].

[13]Więc absurdalny obrazek, polegający na tym, że chemicy czy fizycy w laboratorium czekają na koniec eksperymentu, aby zdecydować, czy np. faktycznie istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych, albo czy twierdzenie Hahna-Banacha jest prawdziwe, nie wpisuje się w ten sposób argumentacji.

[14]W tym sensie powyższy przykład dotyczący laboratorium nie jest *całkiem* absurdalny: eksperyment oczywiście nie może zdecydować o tym, czy w ramach danej teorii matematycznej da się udowodnić dane twierdzenie, ale może zdecydować o tym, czy przyjmujemy np. teorię angażującą analizę funkcjonalną, czy też wystarczy nam

tylko okaże się, że nie dowodzą zdań, którym odpowiadają jakieś rzeczywiste korelaty ontologiczne, ale stanowią rozrywkę intelektualną[15].

2. METODOLOGICZNY QUASI-EMPIRYZM LAKATOSA

Lakatos znany jest przede wszystkim jako filozof i metodolog nauki, zajmował się jednak również filozofią matematyki. W swoich rozważaniach dotyczących matematyki Lakatos kładzie nacisk głównie na kwestie metodologiczne, zaś zasadnicza jego teza głosi, że rozwój matematyki podlega regułom podobnym do tych, jakie rządzą rozwojem nauk empirycznych. Zdaniem Lakatosa, nawet w matematyce mamy do czynienia z podobnymi zjawiskami rozwojowymi jak w naukach empirycznych: ze stawianiem i testowaniem hipotez, z obalaniem teorii, ze swoistą dynamiką pojęć, których sens nie jest ustalony raz na zawsze, *etc*. W ujęciu Lakatosa, wiedza matematyczna nie ma statusu wiedzy ostatecznej i niezmiennej, ale podlega rewizji, zaś twierdzenia matematyczne mają status raczej hipotez, a nie ostatecznych prawd. Można powiedzieć, że koncepcja Lakatosa to swoiste przeniesienie koncepcji Poppera na grunt matematyczny: odrzucenie kumulatywnego modelu rozwoju, dopuszczenie fallibilizmu, dostrzeżenie w matematyce mechanizmu tworzenia hipotez wyjaśniających *etc*. To wszystko — zdaniem Lakatosa — stanowić ma o zasadniczym podobieństwie matematyki do nauk empirycznych.

teoria angażująca jedynie tabliczkę mnożenia (która ma znacznie skromniejsze zobowiązania ontologiczne).

[15]Można dodać, że podobne do Quine'a stanowisko zajmuje również Putnam, który podkreśla rolę czynników empirycznych w matematycznym poznaniu: „[B]ędziemy musieli stanąć przed faktem, że przeciwstawienie empiryczny-matematyczny jest tylko przeciwstawieniem relatywnym: większość matematyki jest także 'empiryczna' w sensie mniej ścisłym i bardziej pośrednim niż zwykłe stwierdzenia 'empiryczne'" [Putnam 1975, 264]. Może się więc okazać, że „źródłem odpowiedzi na fundamentalne pytania, powiedzmy, że na temat kontinuum, będą w przyszłości nie jedynie nowe 'intuicje', ale także odkrycia fizyko-matematyczne" [Putnam 1975, 264–265]. Tak może być, jeśli uznamy, że najlepiej z systemem naszych przekonań o świecie „współpracuje" określona teoria matematyczna.

Należy podkreślić, że Lakatos stawia sobie zupełnie inne pytania, niż Quine. W zasadzie nie włącza się w spór realizm-antyrealizm, skupiając się na praktyce matematycznej i na analizie mechanizmów rozwoju matematyki — niezależnie od tego, czy uznamy, że ma ona jakiś pozajęzykowy przedmiot odniesienia.

Prace Lakatosa są ciekawe m.in. ze względu na to, że dały żywy impuls nurtowi, który można określić jako antyfundacjonistyczny. Kiedy mówimy w tym kontekście o fundacjonizmie, mamy na myśli fakt, że klasyczne „izmy" w filozofii matematyki (formalizm, konceptualizm, logicyzm) zajmowały się głównie badaniami dotyczącymi gotowych wersji teorii matematycznych — nie zaś mechanizmami, jakie prowadziły do ich powstania. Można powiedzieć, że zajmowały się kontekstem uzasadnienia, a nie odkrycia, zaś przedmiotem badań była raczej logiczna struktura teorii matematycznych (często w wyidealizowanej wersji), a nie ich geneza czy faktyczne mechanizmy rozwoju matematyki jako przedsięwzięcia intelektualnego. Nieco upraszczając, można powiedzieć, że w ramach paradygmatu fundacjonistycznego, na teorie matematyczne patrzy się jak na teorie sformalizowane, na dowód jako na ciąg symboli w języku formalnym, zaś zadanie filozofii matematyki upatruje się w poszukiwaniu „punktu Archimedesowego" — fundamentu, który nada matematyce charakter wiedzy pewnej (taki charakter ma np. program Hilberta).

Lakatos ten punkt widzenia odrzuca. Jego zdaniem, dla filozofii matematyki ważna jest refleksja nad praktyką matematyczną (a nie sztucznie zrekonstruowanymi wersjami teorii matematycznych), nad tym, jak wygląda historyczny proces rozwoju matematyki, jak kształtują się nowe pojęcia matematyczne, jak zmieniają się standardy argumentacji, jak tworzą się nowe paradygmaty *etc.* Aby rzetelnie uprawiać filozofię matematyki, musimy zwrócić uwagę na jej historię. Filozofia matematyki Lakatosa stawia więc sobie cele deskryptywne, a nie normatywne.

Dlaczego koncepcję Lakatosa określamy jako quasi-empirystyczną? To określenie może być mylące. Czyżby stanowisko Lakatosa miało być po prostu jakimś słabym („quasi") wariantem np. stanowiska Milla? Należy od razu wyjaśnić, że quasi-empiryzm Lakatosa nie jest bynajmniej stanowiskiem epistemologicznym, ale metodologicznym. Źródłem takiego określenia jest bowiem podana przez Lakatosa klasyfikacja nauk, które dzieli na euklidesowe i quasi-empiryczne. Jest to podział o charakterze metodologicznym, dotyczy podstawowego dla danej nauki mechanizmu uzasadniania zdań. „To, czy dany system jest euklidesowy, czy quasi-empiryczny, rozstrzyga wzorzec, zgodnie z którym przepływa w nim wartość prawdziwości. System jest euklidesowy, gdy typowym przepływem jest transmisja prawdy ze zbioru aksjomatów w dół, ku reszcie systemu — logika jest przy tym narzędziem dowodu; system jest quasi-empiryczny, jeśli mamy do czynienia z retransmisją fałszu z fałszywych stwierdzeń bazowych w górę, ku hipotezom — logika jest przy tym narzędziem krytyki" [Lakatos 1978, 224]. Tradycyjnie, na matematykę patrzy się jako na naukę euklidesową, w której mechanizm uzasadniania polega na dowodzeniu twierdzeń na podstawie uprzednio przyjętych aksjomatów. Lakatos twierdzi jednak, iż w ten sposób tracimy z oczu motywacje, jakie leżą u podłoża danego zagadnienia, zatracamy rozumienie sytuacji problemowej, która doprowadziła do ukształtowania się takich, a nie innych pojęć, do sformułowania hipotez, które stanowiły motywację dla podejmowania prób rozwiązania problemów *etc.* Zdaniem Lakatosa, taki model zniekształca w zasadniczy sposób to, co jest istotą matematyki. Lakatos bardzo krytycznie odnosił się w szczególności do neopozytywistycznej koncepcji matematyki, uważając, iż zafałszowuje ona istotę matematyki. Pozytywistom logicznym przypisuje dogmatyczne przekonanie, iż „zdanie ma znaczenie jedynie wtedy, gdy jest albo ‘tautologiczne', albo empiryczne. A że nieformalna matematyka nie jest ani ‘tautologiczna', ani empiryczna, musi być pozbawiona znaczenia, zwyczajnie bezsensowna" [Lakatos 1976, 19]. Taki punkt widzenia Lakatos zdecydowanie odrzuca, zaś koncepcję matematyki prezentowaną przez przedstawicieli logicznego pozytywizmu ocenia surowo: „Te dogmaty pozytywizmu logicznego przyniosły szkodę historii i filozofii matematyki" [Lakatos 1976, 19]. Odrzucenie takiej wizji matematyki ma związek z odrzuceniem przekonania (które Lakatos określa jako „dogmatyzm”), iż w matematyce możemy osiągnąć ostateczną pewność. Zadaniem filozofii matematyki nie jest bowiem budowanie systemów zabezpieczeń, ale opis mechanizmów jej rozwoju.

Lakatos nie ogranicza się do krytyki metodologii euklidesowej, ale formułuje własną propozycję. Cel, jaki sobie stawia, to „rozwinięcie poglądu, że nieformalna, quasi-empiryczna matematyka rozwija się nie poprzez monotoniczny wzrost liczby ustalonych niezbicie twierdzeń, ale przez bezustanne ulepszanie domysłów na drodze spekulacji i krytyki, za pomocą logiki dowodów i refutacji (prób obalenia)” [Lakatos 1976, 22].

Takie nieeuklidesowe ujęcie — zdaniem Lakatosa — znacznie lepiej opisuje mechanizm rozwoju matematyki. Mówiąc w pewnym uproszczeniu, rozwój ten polega na ciągłej grze pomiędzy poszukiwaniem dowodu, następnie znajdowaniem kontrprzykładu — który z kolei prowadzi do udoskonalenia dowodu, uświadamiania sobie niejawnie przyjmowanych założeń, precyzowania tych założeń *etc.* Ważną rolę odgrywa tutaj formułowanie roboczych hipotez, próbnych dowodów — i obalanie (*refutation*) tych dowodów. Nic więc dziwnego, że główna praca Lakatosa dotycząca tej problematyki nosi nazwę *Dowody i refutacje*. Lakatos analizuje tam historię hipotezy Eulera, dotyczącej wielościanów[16]. Przedstawia tam hipotetyczny dialog, w którym badacze wspólnymi siłami próbują rozwiązać problem, walcząc z napotykanymi trudnościami: dowody okazują się być „dziurawe”, pewne pozornie proste pojęcia (np. pojęcie wielościanu) okazują się być niejasne, pojawiają się kontrprzykłady, w wyniku których konieczne staje się doprecyzowanie definicji i zmodyfikowanie dowodów *etc.*

Jednym z podstawowych pojęć koncepcji Lakatosa jest pojęcie zdania bazowego, które stanowi swoisty punkt wyjścia badań matematycznych. Lakatos określa tak zdania ugruntowane w codziennej praktyce matematycznej, które najwcześniej uznajemy za prawdziwe. Nie cho-

[16]Jest to hipoteza głosząca, że dla brył wypukłych zachodzi wzór: $V + F - E = 2$, gdzie V — liczba wierzchołków, F — liczba ścian, E — liczba krawędzi.

dzi tu jednak bynajmniej o porządek logiczny. Zdaniami bazowymi nie są więc na ogół aksjomaty sformalizowanej wersji teorii, ale takie stwierdzenia matematyczne, które na nieformalnym etapie uprawiania matematyki uznajemy za punkt wyjścia[17]. Dopiero później poszukujemy wersji zaksjomatyzowanej — ale dzieje się to dopiero wówczas, gdy mamy już rozeznanie w (rozumianych intuicyjnie i niesformalizowanych) zależnościach pojęciowych. W takim procesie występują mechanizmy przypominające mechanizmy w naukach empirycznych — startujemy od „zjawisk matematycznych" wymagających wyjaśnienia, a tymi zjawiskami są zaczerpnięte z matematyki codziennej stwierdzenia[18]. Aksjomaty — podobnie jak prawa fizyki — stanowią raczej hipotezy wyjaśniające zachodzenie pewnych „zjawisk matematycznych", które są punktem wyjścia naszych poszukiwań. Aksjomaty — podobnie jak prawa fizyki — są przy tym poddane nieustannemu testowaniu. Działalność matematyczna nie polega więc bynajmniej na tym, że oto z „objawionych" aksjomatów wyprowadzamy nowe twierdzenia. Jest raczej tak, że i same aksjomaty muszą walczyć o przetrwanie na polu bitwy, jaką jest matematyka. Na tym polu mamy bowiem do czynienia nie tylko z transmisją prawdy od aksjomatów do twierdzeń, ale także z retransmisją fałszu — aksjomat może zostać sfalsyfikowany (podobnie jak — w ujęciu Poppera — falsyfikowane są hipotezy teorii empirycznych). Ostatecznym kryterium w tej walce jest praktyka matematyczna. „Podstawową zasadą [...] jest szukanie śmiałych, pełnych fantazji hipotez o dużej sile wyjaśniającej i heurystycznej, co więcej, zaleca ona proliferację alternatywnych hipotez, które następnie elimi-

---

[17] O ile zatem reprezentant formalistycznego spojrzenia na matematykę za zdania bazowe uzna po prostu aksjomaty danej teorii formalnej, to z punktu widzenia stanowiska Lakatosa te aksjomaty mogą znajdować się znacznie „wyżej" w hierarchii — zaś zdaniem bazowym może być jakieś zdanie, które z formalnego punktu widzenia jest twierdzeniem wymagającym dowodu.

[18] Sądzę, że bardzo dobrze ilustruje to przypadek rachunku prawdopodobieństwa. Jej aksjomatyzacja została podana przez Kołmogorowa dopiero w roku 1933, gdy tymczasem początki rachunku prawdopodobieństwa sięgają siedemnastowiecznych rozważań Pascala i Fermata. A zatem przez kilkaset lat ta dyscyplina się rozwijała, toczyła się w niej „walka pojęć" — i formalna aksjomatyzacja Kołmogorowa musiała ten kilkusetletni dorobek uwzględnić.

nuje się za pomocą surowej krytyki: metodologia quasi-empiryczna jest wysoce spekulatywna” [Lakatos 1978, 224–225].

Oczywiście, te potencjalne falsyfikatory nie mają nic (a w każdym razie — niewiele) wspólnego z falsyfikatorami w naukach empirycznych. Nie są bynajmniej zdaniami empirycznymi — Lakatos wcale nie uważa, iż matematyka stanowi generalizację danych empirycznych (jak chciał Mill). Stanowisko Lakatosa nie ma też wiele wspólnego z ujęciem Quine’a, który bardzo silnie akcentował związki matematyki z naukami empirycznymi, i w tych właśnie związkach poszukiwał uprawomocnienia dla realistycznej filozofii matematyki. Lakatos bada raczej wewnętrzne mechanizmy rozwoju matematyki, w zasadzie nie podejmując problematyki ontologicznej czy epistemologicznej. Jego empiryzm jest więc różny od empiryzmu Quine’a czy Milla nie tylko pod względem formułowanych tez, ale również stawianych pytań.

Jak może wyglądać taki potencjalny falsyfikator danej teorii matematycznej? Najprostszym przykładem jest zdanie wewnętrznie sprzeczne, które stanowi falsyfikator czysto logiczny. Jeśli teoria matematyczna prowadzi do sprzeczności, to oczywiście należy ją zmodyfikować (a być może — w skrajnym wypadku — całkowicie porzucić). Istnieją jednak również inne ważne potencjalne falsyfikatory — a mianowicie zdania bazowe, które zostały przez nas przyjęte w matematyce nieformalnej i które powinny zostać zachowane w wersji sformalizowanej (tak aby można było faktycznie mówić, że jest to sformalizowana wersja *istniejącej* teorii, a nie jakaś nowa teoria formalna). Zadaniem formalizacji jest bowiem podanie formalnej parafrazy, która „chwyta” nieformalne, ale już wcześniej obecne treści.

Ta obserwacja jest istotna z punktu widzenia analizy mechanizmu falsyfikacji — mechanizm ten może bowiem zacząć działać jedynie wtedy, jeśli faktycznie naszym celem jest zachowanie ciągłości pojęciowej między nieformalną teorią a jej sformalizowaną wersją — czyli w szczególności, jeśli uważamy, że teoria formalna ma zachować treść daną uprzednio. W przeciwnym wypadku nie może być mowy o falsyfikacji: „Jeśli przyjąć, że sformalizowana teoria aksjomatyczna definiuje *implicite* swój przedmiot, to wtedy nie ma innych falsyfikatorów matematycznych poza logicznymi. Jeśli jednak przyjąć, że teoria sformalizowana jest formalizacją pewnej teorii niesformalizowanej, to wtedy można powiedzieć, że teoria sformalizowana została obalona, jeżeli jakieś jej twierdzenie zostało zanegowane przez odpowiadające mu twierdzenie teorii niesformalizowanej. Takie twierdzenie niesformalizowane można by nazwać *falsyfikatorem heurystycznym* teorii sformalizowanej" [Lakatos 1978, 233]. Lakatos ilustruje ten problem przykładami dotyczacymi teorii mnogości. Twierdzi, że rolę potencjalnych falsyfikatorów heurystycznych mogłyby pełnić niektóre zdania arytmetyczne (sam podaje w tym kontekście przykład hipotezy Goldbacha[19]). Gdyby bowiem w formalnej teorii mnogości (np. ZFC) wykazano *fałszywość* takiego zdania, a tymczasem nasze przekonanie wyniesione ze zwykłej praktyki matematycznej byłoby odwrotne (sądzilibyśmy, że to zdanie jest *prawdziwe*), to mielibyśmy do czynienia właśnie z heurystyczną falsyfikacją formalnej wersji teorii mnogości[20]. Innym przykładem rozważanym przez Lakatosa jest hipoteza kontinuum — gdyby bowiem okazało się, że ma ona np. jakieś bardzo niepożądane konsekwencje (silnie sprzeczne z naszymi intuicyjnie ugruntowanymi przekonaniami), to stanowiłoby to argument *przeciwko* hipotezie kontinuum. Lakatos twierdzi w szczególności, że „nowy program euklidesowy" Gödla stanowi próbę przeprowadzenia takiej „konfrontacji" [Lakatos 1978, 237].

Lakatos odnosi się tutaj do uwag Gödla dotyczących drugiego — obok intuicyjnej oczywistości — kryterium prawdziwości aksjomatów matematycznych. Może być nim również ich owocność. Gödel pisał, iż

> [D]ecyzja dotycząca ich [nowych aksjomatów — K.W.] prawdziwości jest możliwa także w inny sposób, a mianowicie poprzez indukcyjną analizę ich 'sukcesu'. Sukces oznacza tutaj

[19]Hipoteza Goldbacha głosi, że każda liczba naturalna parzysta większa od 2 jest sumą dwóch liczb pierwszych.

[20]Lakatos podaje inne przykłady, dotyczące dużych liczb kardynalnych. Twierdzi, że rolę heurystycznych falsyfikatorów mogą pełnić pewne zdania arytmetyczne. Moim zdaniem ta teza Lakatosa jest bardzo wątpliwa, ale nie chcę tutaj wchodzić w techniczne szczegóły.

> owocność w konsekwencje, w szczególności w konsekwencje ‘weryfikowalne’, tj. konsekwencje dowodliwe bez nowych aksjomatów, których dowody z pomocą nowych aksjomatów są jednakże zdecydowanie prostsze i łatwiejsze do odkrycia i umożliwiają zawarcie w jednym dowodzie wielu różnych dowodów. [...] Można jednak wyobrazić sobie o wiele wyższy poziom weryfikowania. Mogą istnieć aksjomaty tak owocne w sprawdzalne konsekwencje, rzucające tak dużo światła na całą dyscyplinę i dostarczające tak silnych metod rozwiązywania problemów (i to rozwiązywania konstruktywnego, tak dalece, jak jest to możliwe), że niezależnie od zagadnienia, czy są one wewnętrznie konieczne, powinny zostać zaakceptowane przynajmniej w takim stopniu, jak dowolna dobrze ugruntowana teoria fizyczna [Gödel 1947/64, 265].

Jest to zatem kryterium pośrednie i ma charakter w pewnym sensie indukcyjny: wiarygodność założeń ocenia się na podstawie wiarygodności wniosków z tych założeń. Można więc powiedzieć, że aksjomaty przyjmowane na mocy tego kryterium mają charakter hipotez wyjaśniających. Jest to metoda uprawniona, ponieważ naszym celem jest opis pewnej obiektywnie istniejącej rzeczywistości, a nie badanie konwencji. Gödel twierdzi wprost: „Jeśli matematyka opisuje obiektywny świat tak jak fizyka, nie ma powodu, aby metody indukcyjne nie miały mieć zastosowania w matematyce, tak samo jak w fizyce” [*Gödel 1951, 313]. Nowe aksjomaty mogą być przyjęte, jeśli jest to niezbędne z punktu widzenia rozwiązania pewnych otwartych problemów[21].

Lakatos w swoich pracach podaje przykłady zdań, które — jego zdaniem — mogą stanowić arytmetyczne falsyfikatory heurystyczne nowych aksjomatów teorii mnogości. Są to zdania, które wyrażają (po odpowiednim zakodowaniu składni) niesprzeczność odpowiednich systemów formalnych. Te przykłady Lakatosa uważam za dość nie-

[21] Gödel uważał problem wiarygodności nowych aksjomatów dla teorii mnogości za problem dobrze postawiony — za autentyczny problem poznawczy. Dodajmy, dla uniknięcia nieporozumień, że chodzi oczywiście tylko o problem *uzasadniania* aksjomatów, a nie o problem *dowodzenia* nowych twierdzeń.

fortunne i mało przekonujące[22]. Niezależnie jednak od tego, że poglądy Lakatosa są (w mojej ocenie) zbyt radykalne, trzeba przyznać, że jego analizy rzucają nowe światło na mechanizmy rozwoju matematyki i zwracają uwagę na zjawiska, którym filozofowie nurtu „fundacjonistycznego" nie poświęcili dostatecznej uwagi. Jego prace z pewnością zasługują na wnikliwą lekturę.

UWAGI KOŃCOWE

W tym podsumowaniu za punkty orientacyjne przyjmijmy następujące dwa pytania:

(1) Skąd wiemy, że jakieś zdanie matematyczne jest prawdą na temat świata matematycznego?

(2) Jakie są mechanizmy tworzenia wiedzy matematycznej?

Quine odpowiada na pytanie (1) odwołując się do swojej koncepcji istnienia i swojej holistycznej koncepcji teorii naukowych. Zdaniom matematycznym przypisujemy interpretację dzięki temu, że występują w zinterpretowanych teoriach naukowych. Quasi-empiryzm Quine'a dotyczy więc problemu ontologicznego: czy zdania matematyki są prawdziwe (w klasycznym sensie), czy istnieje pozajęzykowe odniesienie dla zdań matematycznych? W skrócie: czy matematyka ma swój przedmiot badań? Odpowiedź Quine'a jest pozytywna, choć z zastrzeżeniami: teza matematycznego realizmu może być uzasadniona w stosunku do tych fragmentów matematyki, które mają zastosowanie w naukach empirycznych. Można więc powiedzieć, że to zastosowania stanowią uprawomocnienie dla realistycznej koncepcji matematyki.

Lakatos nie podejmuje dyskusji ontologicznej; przebieg dyskusji realizm-antyrealizm nie ma większego znaczenia z punktu widzenia jego koncepcji[23]. Jego badania dotyczą bowiem mechanizmów roz-

[22] Szczegółową analizę Czytelnik znajdzie w pracy [Wójtowicz 2007].

[23] Należy przyznać, że przypisuje on zdaniom matematycznym *treść* — nie uważa bynajmniej, że są zestawem pustych treściowo konwencji. Jednak mówiąc o tej treści, nie deklaruje, że wynika to np. stąd, że istnieją abstrakcyjne byty matematyczne.

woju matematyki, a jego quasi-empirystyczna teza ma charakter czysto metodologiczny[24]. Lakatos zajmuje się więc tylko pytaniem (2), twierdząc, że owe mechanizmy są bardzo podobne do mechanizmów charakterystycznych dla nauk empirycznych: mamy do czynienia z formułowaniem i obalaniem hipotez, oraz z tworzeniem hipotez wyjaśniających dla „empirycznych danych" (jakimi są zdania bazowe). Według Lakatosa dopiero dowartościowanie tych czynników pozwoli na lepsze zrozumienie natury matematyki, gdyż obraz prezentowany przez filozofie „dogmatyczne" jest zniekształcony. Natomiast Quine bynajmniej nie twierdzi, że sama matematyka ma być uprawiana na podobieństwo nauk empirycznych — choć uwzględnienie jej związków z naukami empirycznymi jest dla dyskusji filozoficznej niezwykle istotne.

Okazuje się więc, że termin „matematyczny quasi-empiryzm" może mieć bardzo różne znaczenia. Różni jego reprezentanci nawet nie tyle się ze sobą nie zgadzają, co po prostu ze sobą nie rozmawiają, zajmując się inną problematyką.

BIBLIOGRAFIA

Carnap R.,

[1950] "Empiricism, semantics and ontology", *Revue Internationale de Philosophie* 4, 20–40; [przedruk w:] *Philosophy of Mathematics*, [eds.:] Benacerraf P., Putnam H., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964, 233–248; [pol. tłum.:] „Empiryzm, semantyka i ontologia", [w:] *Pisma semantyczne*, Fundacja Aletheia, Warszawa, 2007, 417–433.

Davis P.J., Hersh R.,

[1994] *Świat matematyki*, Warszawa, WNT.

Dieudonne J.,

[1970] "The Work of Nicholas Bourbaki", *American Mathematical Monthly* 77, 134–145.

[24] „Teoria, która jest quasi-empiryczna w moim sensie, może być albo empiryczna, albo nieempiryczna w zwykłym sensie" [Lakatos 1978, 224].

Gödel K.,

[1947/64] "What is Cantor's Continuum Problem?", *American Mathematical Monthly* 54, 515–525; [w rozszerzonej wersji przedrukowane w:] *Philosophy of Mathematics*, [eds.:] Benacerraf P., Putnam H., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1964, 258–273; [a także w:] *Collected Works*, vol. 2, [eds.:] Feferman S. *et al.*, Oxford University Press, 1990, 254–270.

[*1951] "Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and Their Implications", [in:] *Collected Works*, vol. 3, [eds.:] Feferman S. *et al.*, Oxford University Press, 1995, 304–323.

Hammond A.L.,

[1983] „Matematyka — nasza niedostrzegalna kultura", [w:] *Matematyka współczesna. Dwanaście esejów*, [red.:] Steen L.A., WNT, Warszawa, 26–48.

Hardy G.H.,

[1929] "Mathematical Proof", *Mind* 38, 1–25.

Lakatos I.,

[1976] *Proofs and Refutations. The Logic of Mathematical Discovery*, Cambridge University Press, Cambridge; [pol. tłum. na podst. wyd. z 1999:] *Dowody i refutacje. Logika odkrycia matematycznego*, [red.:] Worral J., Zahar E., [tłum.:] Kozłowski M., Lipszyc K., Tikkun, Warszawa, 2005.

[1978] "A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics?", [in:] *Philosophical Papers*, t. 2, *Mathematics, Science and Epistemology*, [eds.:] Worall J., Currie G., Cambridge University Press, 24–42; [pol. tłum.:] „Renesans empiryzmu we współczesnej filozofii matematyki?", [w:] *Współczesna filozofia matematyki*, [red.:] Murawski R., PWN, Warszawa 2002, 215–243.

Mill J.St.,

[1962] *System logiki dedukcyjnej i indukcyjnej*, t. II, PWN, Warszawa.

Putnam H.,

[1975] "What is Mathematical Truth?", [in:] *Mathematics, Matter and Method: Philosophical Papers*, t. 1, Cambridge University Press, 60–78; [tłum. pol.:] „Czym jest prawda matematyczna?", [w:] *Współczesna filozofia matematyki*, [red.:] Murawski R., PWN, Warszawa 2002, 244–265.

Quine W.V.O.,

[1953a] "On What There Is", [in:] *From a Logical Point of View*, Cambridge, Harvard University Press, 1–19; [tłum. pol.:] „O tym, co istnieje", [w:] *Z punktu widzenia logiki*, [red.:] Stanosz B., PWN, Warszawa 1969, 9–34.

[1953b] "Two Dogmas of Empiricism", [in:] *From a Logical Point of View*, Cambridge, Harvard University Press, 20–46; [tłum. pol.:] „Dwa dogmaty empiryzmu", [w:] *Z punktu widzenia logiki*, PWN, Warszawa 1969, 35–70.

[1981] "Things and Their Place in Theories", [in:] *Theories and Things*, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, MA, 1–23; [tłum. pol.:] „Rzeczy i ich miejsca w teoriach", [w:] *Metafizyka w filozofii analitycznej*, [red.:] Szubka T., Lublin, TN KUL, 1995, 31–52.

[1984] "Review of Parsons C. Mathematics in Philosophy", *Journal of Philosophy* 81, 783–794.

Wójtowicz K.,

[2007] „Filozofia matematyki Imre Lakatosa", *Roczniki Filozoficzne* LV, (1), 229–247.

SUMMARY

THE KINDS OF MATHEMATICAL QUASI-EMPIRICISM

The received view concerning mathematics is the one, that mathematics is *a priori*, and that mathematical knowledge develops via *intelektuelle Anschauung* rather than by analyzing empirical data. Mathematical proofs seems to be immune to empirical refutation, and in particular the development of mathematics does not in any way resemble the development of e.g. physics.

On the other hand, it is quite clear, that mathematics play a fundamental role in science, and it is often considered to be rather just a useful tool, which provides a language and a conceptual system allowing to express statements concerning empirical world. Such views stress the dependence of mathematics upon physics. In the article, I present two quite different aspects of this problem: the ontological and the methodological aspects.

According to Quine, our argumentation in favor of mathematical realism should be based on the analysis of ontological commitment of empirical theories. There is no other compelling argument for mathematical realism. According to Lakatos, mathematical knowledge develops in a way similar to empirical science: it is fallible, and the proper model to describe it is the model of proofs and refutations. In the article I describe and contrast these two points of view.

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 84–99

Jerzy Dadaczyński
ul. Łagiewnicka 17, 41–500 Chorzów
dada59@poczta.onet.pl

GEORG CANTOR I IDEA JEDNOŚCI NAUKI

§ *I*

Jedność nauki jest tezą, która może być rozpatrywana zarówno w aspekcie metodologicznym, jak i treściowym. Teza o jedności metodologicznej nauki — nauk przyrodniczych (fizyki) i humanistycznych (socjologii) — była głoszona już w ramach pozytywizmu francuskiego w pierwszej połowie XIX wieku (A. Quetelet[1], A. Comte). Natomiast teza o jedności treściowej nauki była eksponowana przede wszystkim przez E. Macha oraz fizyków i matematyków, których gromadził on wokół tej idei na przełomie XIX i XX wieku[2]. Została ona dalej podjęta w ramach logicznego empiryzmu. Szczególnie eksponowana była ona w pracach R. Carnapa, O. von Neuratha, E. Nagela, C. Hempla, P. Oppenheima i H. Putnama[3]. W ramach pozytywizmu logicznego tezę o jedności (treściowej) nauki wiązano ściśle z tezą o redukowalności nauk do nauk bardziej podstawowych. I tak biologia miała

[1]Por. A. Quetelet, *Sur l'homme et le développement de se facultés, ou Essai de physique sociale*, Paris 1835.

[2]Por. E. Mach [u. a.], *Aufruf*, "Physikalische Zeitschrift", 13 (1912), ss. 725–726.

[3]Por. R. Carnap, C. Morris, O. von Neurath [eds.], *International Encyclopedia of Unifiied Science*, vol. 1–2, *Foundations of the Unity of Science*, Chicago 1938n; E. Nagel, *The Structure of Science*, New York 1951; C. Hempel, *Aspects of Scientific Explanation*, New York 1965; P. Oppenheim, H. Putnam, *Unity of Science as a Working Hypothesis*, "Minnesota Studies in the Philosophy of Science", 2 (1958), ss. 3–36.

być redukowalna do fizyki i chemii, a fizyka i chemia do nauki jeszcze bardziej podstawowej — fizyki cząstek elementarnych. Program logicznego empiryzmu podejmował też kwestię jedności nauk humanistycznych i przyrodniczych. Nauki społeczne miały być redukowalne do psychologii, a ta ostatnia do neurofizjologii (biologii). Tak więc zjednoczona nauka — łącząca nauki humanistyczne i przyrodnicze — miała być ostatecznie fizyką cząstek elementarnych

§ *II*

Wśród popierających ideę zjednoczonej nauki E. Macha byli — w roku 1912 — wybitni matematycy getyńscy F. Klein i D. Hilbert[4]. Wiadomo, że nieobca im też była idea zunifikowanej (niekoniecznie na bazie logiki) matematyki. W tym właśnie czasie realizowano — po wcześniejszych niepowodzeniach w tym zakresie G. Fregego — ideę logicyzmu, unifikacji matematyki na bazie logiki[5]. Można przypuszczać, że realizowana unifikacja matematyki miała wpływ, nie tyle na sformułowanie, co na zaktualizowanie idei jedności (treściowej) nauk przyrodniczych.

Nieco wcześniej, w latach 80. XIX swą koncepcję zunifikowania matematyki przedstawił twórca teorii mnogości G. Cantor. Można zasadnie przypuszczać, że wizja zunifikowanej matematyki mogła zasugerować mu ideę zunifikowanej nauki. Niniejsza praca ma na celu zaprezentowanie Cantorowskiej koncepcji unifikacji nauki na tle jego idei zunifikowanej matematyki.

§ *III*

Jeszcze na początku XIX wieku wydawało się, że unifikacja matematyki będzie niemożliwa. Zasadniczym problemem było sprowadzenie analizy matematycznej, opartej od czasu jej powstania na nieja-

---

[4]Por. E. Mach [u.a.], *Aufruf*, "Physikalische Zeitschrift", 13 (1912), ss. 725–726.

[5]Por. A.N. Whitehead, B. Russell, *Principia mathematica*, vol. 1–3, Cambridge 1910–13.

snym i budzącym wiele kontrowersji pojęciu wielkości nieskończenie małej, do arytmetyki liczb naturalnych. Przeszkodę tę dało się jednak usunąć w dwóch — przebiegających po części równolegle — etapach.

Po pierwsze, dzięki pracom B. Bolzana, A. Cauchy'ego i K. Weierstrassa udało się wyeliminować z analizy matematycznej wielkości nieskończenie małe i oprzeć tę dyscyplinę na pojęciu liczb rzeczywistych. Drugi etap sprowadzenia analizy do arytmetyki liczb naturalnych polegał na kolejnym znajdywaniu modeli: teorii liczb całkowitych w dziedzinie liczb naturalnych, teorii liczb wymiernych w dziedzinie liczb całkowitych oraz teorii liczb rzeczywistych w dziedzinie liczb wymiernych. Tego ostatniego zadania podjęli się równolegle i skutecznie, około roku 1870 K. Weierstrass, R. Dedekind, Ch. Meráy i G. Cantor.

Realizacja drugiego etapu arytmetyzacji matematyki[6] oznaczała również arytmetyzację geometrii euklidesowej. Właśnie w zakresie rozumienia istoty geometrii pojawiły się jednak w XIX wieku przeszkody, które — jak się początkowo wydawało — uniemożliwiały uznanie matematyki (matematyki z geometrią) za jednolitą strukturę, której wszystkie gałęzie byłyby sprowadzalne do arytmetyki liczb naturalnych. Chodziło o status — powstałych w XIX wieku — geometrii nieeuklidesowych. Problem został rozwiązany około roku 1870, gdy F. Klein znalazł dla geometrii nieeuklidesowych modele euklidesowe, co oznaczało arytmetyzację nowych teorii geometrycznych[7].

G. Cantor — jak wspomniano wyżej — istotnie przyczynił się do arytmetyzacji matematyki XIX wieku. Twórca teorii mnogości szukał jednak bardziej fundamentalnych, niż arytmetyka liczb naturalnych — podstaw matematyki. Po raz pierwszy swoje przekonanie o możliwości redukcji arytmetyki liczb naturalnych — a więc i XIX-wiecznej matematyki — do teorii mnogości wypowiedział niemiecki matematyk

[6]Zwrot „arytmetyzacja matematyki" oznacza tu unifikację matematyki na bazie arytmetyki liczb naturalnych.

[7]W zasadzie nieco wcześniej, w roku 1868, modele euklidesowe dla geometrii nieeuklidesowych znalazł pracujący poza środowiskiem matematyków niemieckich E. Beltrami [por. E.Beltrami, *Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea*, "Giornale di Matematiche", 6 (1868), ss. 284–312].

w artykule, który napisał w roku 1884, a który został opublikowany dopiero w roku 1970[8]. Wiązało się to z jego koncepcją zdefiniowania skończonych liczb naturalnych przy pomocy teoriomnogościowego pojęcia typu porządkowego. Stwierdził on, że każdy prosto uporządkowany zbiór ma określony typ porządkowy. Typ porządkowy określał jako takie pojęcie ogólne, pod które podpadają wszystkie i tylko te zbiory, które są tak samo uporządkowane, jak dany zbiór. Gdyby w podanej definicji zmienić termin „pojęcie ogólne" na „zbiór", wówczas można by otrzymać współczesną definicję typu porządkowego, a więc liczby porządkowej. Dalej G. Cantor wywodził, iż tak zdefiniowane typy porządkowe zbiorów skończonych są niczym innym, jak skończonymi liczbami naturalnymi[9].

Innymi słowy, niemiecki matematyk był przekonany, że znalazł modele dla skończonych liczb naturalnych w teorii typów porządkowych. Ważne było teraz umiejscowienie przez G. Cantora teorii typów porządkowych na ogólnym planie zależności dyscyplin matematycznych. Stwierdził on, że teoria typów porządkowych jest częścią stworzonej przez niego teorii mnogości. To zaś prowadziło do niezwykle ważnego stwierdzenia, że cała matematyka jest redukowalna do teorii mnogości. G. Cantor wypowiedział tę myśl następująco: „[matematyka]... jest według mojego ujęcia niczym innym jak czystą teorią mnogości"[10].

---

[8]Por. G. Cantor, *Principien einer Theorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung*, w: I. Grattan-Guiness, *An unpublished paper by Georg Cantor. Principien einer Theorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung*, "Acta Mathematica", 89 (1970) Bd. 124, ss. 65–107.

[9]„Jede *einfach geordnete Menge* hat nun einen bestimmten *Ordnungstypus* oder, wie ich mich auch kürzer ausdrücken will, einen bestimmten *Typus*; darunter verstehe ich denjenigen *Allgemeinbegriff, unter welchem sämtliche der gegebenen geordn. Menge ähnliche geordnete Mengen, und nur diese, (folglich auch die gegebene geordnete Menge selbst) fallen.* Die *Typen* der *endlichen einfach geordneten Mengen* sind nichts Anderes, als die *endlichen ganzen Zahlen*, in Zeichen: 1, 2, 3, ..., *ν*, ...", G. Cantor, *Principien einer Theorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung*, s. 87.

[10]„Sie (die allgemeine Typentheorie — J.D.) bildet einen wichtigen und grossen Theil der reinen Mengelehre (*Theorie des ensembles*), also auch der reinen Mathe-

Konkludując można stwierdzić, że w 1884 została wypowiedziana po raz pierwszy w dziejach, przez samego twórcę teorii mnogości — i to ponad 20 lat przed aksjomatyzacją tej dyscypliny matematyki — idea unifikacji matematyki na bazie teorii mnogości.

§ *IV*

Wydaje się nie być przypadkiem, że dokładnie w tym samym czasie, co idea zunifikowanej matematyki, pojawiła się w pracach G. Cantora koncepcja zjednoczonych nauk przyrodniczych.

Niemiecki matematyk był negatywnie nastawiony do założeń przyjmowanych u podstaw współczesnej mu fizyki oraz innych nauk przyrodniczych[11]. Szczególnie uważał za nieprecyzyjne i niejasne te, które dotyczyły budowy materii. Krytykował atomizm za przypisywanie atomom materii rozciągłości w przestrzeni, czyli miary większej od 0. Zdaniem G. Cantora, dla zbudowania teorii satysfakcjonująco tłumaczących zjawiska natury konieczne było przyjęcie dwu podstawowych hipotez:

1. Zbiór wszystkich cząsteczek materialnych jest nieskończony;
2. Podstawowe elementy materii — atomy — posiadają miarę 0.

Według G. Cantora przyjęcie owych hipotez otwierało możliwość bezpośredniego zastosowania zbudowanej przez niego teorii mnogości do — tak ukonstytuowanych — nauk przyrodniczych[12].

Dalsze badania pokażą, że G. Cantorowi — mówiącemu o bezpośredniej aplikacji twierdzeń teorii mnogości do nauk przyrodniczy — chodziło, w istocie, redukcję owych nauk (a przynajmniej pewnej ich części) do teorii mnogości jako teorii podstawowej. Jednocześnie trzeba zaznaczyć, że analizy G. Cantora, w tej kwestii, miały, miej-

---

matik, denn letztere ist nach meiner Auffassung nichts anders als reine Mengelehre”, G. Cantor, *Principien einer Theorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung*, s. 84.

[11]Por. G. Cantor, *Über verschiedene Theoreme aus der Theorie der Punktmengen*, w: G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, hrsg. von E. Zermelo, Berlin 1932, ss. 275 (261–277).

[12]Por. G. Cantor, *Über verschiedene Theoreme aus der Theorie der Punktmengen*, s. 275.

scami, bardzo „techniczny" charakter. Dlatego zostaną one, w tym miejscu, omówione w sposób uproszczony. Istotna jest bowiem — dla rozważanego tu zagadnienia — przede wszystkim konkluzja, do której owe „techniczne" rozważania doprowadziły G. Cantora.

Elementarne składniki rzeczywistości fizycznej zostały przez G. Cantora określone mianem monad. Matematyk z Halle, zgodnie z paradygmatem współczesnej mu fizyki, przyjął dychotomię w dziedzinie monad: uznał istnienie zarówno monad materialnych, jak i eterycznych[13]. W tym miejscu w rozważania G. Cantora w zasadniczy sposób wkraczają już wyniki otrzymane w ramach teorii mnogości. Otóż zbiór wszystkich monad materialnych wszechświata miał być nieskończony, ale policzalny, natomiast zbiór wszystkich monad eterycznych wszechświata miał być mocy *continuum*. To samo miało, rzecz jasna, dotyczyć mocy zbioru monad materialnych dowolnego ciała (zbiór nieskończony policzalny) i mocy zbioru monad eterycznych w dowolnym fragmencie przestrzeni wszechświata zajmowanym przez to ciało (zbiór mocy *continuum*). Te założenia były — zdaniem G. Cantora — uprawdopodobnione udowodnionym przez niego twierdzeniem o istnieniu tylko dwu różnych mocy nieskończonych zbiorów punktowych[14]. Traktując dalej zbiory monad materialnych (ciała fizyczne) i zbiory monad eterycznych jako zbiory punktowe i wykonując wyrafinowane operacje teoriomnogościowe (odwołujące się do pojęcia punktu skupienia i kolejnych pochodnych zbioru) na tych zbiorach, dokonywał G. Cantor ich dekompozycji[15].

I tu następowała istotna dla prowadzonych badań konkluzja G. Cantora. Twierdził on, że własności mnogościowo-topologiczne składników tak dekomponowanych zbiorów (związane m.in. z ich mo-

---

[13] Por. G. Cantor, *Über verschiedene Theoreme aus der Theorie der Punktmengen*, ss. 275–276.

[14] Por. List G. Cantora do G. Mittag-Lefflera z 16.11.1884, w: J. Dauben, *Georg Cantor. His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Cambridge 1979, s. 292.

[15] Skomplikowane szczegóły techniczne owej dekompozycji zbiorów zostały przedstawione w pracy: J. Dadaczyński, *Elementy filozofii przyrody Georga Cantora*, „Śląskie Studia Historyczno-Teologiczne", 23–24 (1990–91), przypis 22, ss. 140–141 (135–145).

cami) lub kombinacji tych składników pozwolą dotrzeć do istoty takich zjawisk jak elektryczność, magnetyzm, światło, ciepło, a także na uchwycenie różnic w składzie i własnościach chemicznych poszczególnych ciał[16].

Warto zauważyć, że konkluzja G. Cantora nie jest tylko stwierdzeniem możliwości prostego zastosowania aparatu matematycznego w fizyce i chemii. Chodzi w niej o wiele więcej. Obiekt fizyczny (chemiczny) zostaje zinterpretowany jako rodzina zbiorów punktów (materialnych i eterycznych). Innymi słowy: terminy teoretyczne nauk przyrodniczych („atom", języku G. Cantora „monada") zostają zredukowane do terminów teoriomnogościowych. Dalej zaś wyłącznie własności mnogościowo-topologiczne wspomnianych zbiorów obiektów oznaczanych przez owe terminy mają rozstrzygać o własnościach fizycznych i chemicznych tego obiektu. Owa wyłączność rozstrzyga to, że w istocie fizyka (różne jej dziedziny) i chemia są w koncepcji G. Cantora redukowane do teorii mnogości (z elementami topologii).

Przy tym należy przypuszczać, że chodzi raczej o redukcję bezpośrednią poszczególnych dziedzin fizyki i chemii do teorii mnogości, nie zaś o redukcję pośrednią, np. chemii „przez" fizykę (pewne jej działy) do teorii mnogości.

Należy zauważyć, że G. Cantora koncepcja zunifikowanej, na bazie teorii mnogości, nauki miała obejmować nie tylko fizykę i chemię. Matematyk z Halle miał na myśli zunifikowaną teorię „organiczną" tłumaczącą obok zjawisk przyrody nieożywionej również procesy biologiczne. Stwierdzał on: „...dotychczas nie poczyniono żadnej próby, która mogłaby zastąpić mechaniczne tłumaczenie natury (które ma do dyspozycji cały aparat analizy matematycznej, a którego nieadekwatność była podkreślana już przez Kanta), a jednocześnie byłaby wyposażona w równie rygorystyczny aparat matematyczny i miała na celu ‘organiczne' wyjaśnienie natury"[17]. G. Cantor był przekonany, że

[16]Por. G. Cantor, *Über verschiedene Theoreme aus der Theorie der Punktmengen*, s. 276.

[17]Por. G. Cantor, *Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre*, w: G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen*, ss. 177 (165–209).

„organiczna teoria natury" powinna adekwatnie tłumaczyć fenomeny biologiczne, które okazały się być nieredukowalne do newtonowskiej mechaniki.

Dla poruszanej w tej pracy kwestii jedności nauki ważne jest to, jak G. Cantor „szkicował" zręby przyszłej „organicznej teorii natury". Istotnym pojęciem tej teorii winno być — według matematyka z Halle — teoriomnogościowe pojęcie typu porządkowego. Przez typ porządkowy danego zbioru *M* rozumiał on produkt, który powstawał przez abstrakcję od jakości elementów zbioru *M*, przy równoczesnym zachowaniu ich porządku: „elementy zbioru *M* są do pomyślenia jako oddzielone; w intelektualnej kopii *M*, którą nazywam typem porządkowym, jedności te są koniecznie połączone w organizm. W pewnym sensie typy porządkowe mogą być uważane za złożenie 'materii' i 'formy'. Jedności, czyli elementy zbioru *M* stanowią 'materię', podczas gdy 'porządek' tych elementów stanowi 'formę'"[18].

G. Cantor odwoływał się do przykładu, aby zaprezentować intuicję zastosowania pojęcia typu porządkowego. Dowolny obraz (tu rozumiany jako dzieło sztuki) można pojmować jako zbiór punktów. Elementy tego zbioru są porządkowalne na różne sposoby: wertykalnie, horyzontalnie, ze względu na kolor (długość fali), czy też intensywność barwy. Według G. Cantora podobnie porządkowany jest zbiór dźwięków utworu symfonicznego: ze względu na czas trwania dźwięków, ich kolejność w utworze, wysokość, natężenie. Zdaniem twórcy teorii mnogości mogło się okazać, że tak heteronomiczne byty, jak obraz Rembrandta i symfonia Beethovena, posiadały dokładnie taki sam typ porządkowy. Zdaniem G. Cantora zastosowanie teorii typów porządkowych w naukach przyrodniczych mogło ujawnić jedność pomiędzy — jak się dotąd wydawało — niesprowadzalnymi do siebie zjawiskami natury[19]. Matematyk z Halle *explicite* podkreślał, że teoria typów porządkowych będzie miała rozstrzygające znaczenie nie tylko

[18] G. Cantor, *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten*, w: G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen*, ss. 380 (378–428).

[19] G. Cantor, *Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten*, ss. 421–423.

w wyjaśnianiu zjawisk optycznych i chemicznych, ale także w wyjaśnianiu zjawisk o charakterze czysto organicznym[20].

Po raz kolejny należy zauważyć, że zamiarem G. Cantora nie było tylko proste zastosowanie aparatu matematycznego — tym razem — w chemii i biologii. Matematykowi Halle chodziło o znacznie więcej. Po interpretacji obiektu czy zjawiska w kategoriach teoriomnogościowych wyłącznie strukturalne własności teoriomnogościowe miały stanowić tłumaczenie ich cech chemicznych i biologicznych. Wskazana wyłączność wskazuje na to, że według zamiaru G. Cantora chemia i – co szczególnie istotne — biologia miały zostać zredukowane do teorii mnogości.

Można zatem sformułować istotną dla prowadzonych tu badań konkluzję, iż według G. Cantora, istotna część nauk przyrodniczych (*Naturwissenschaften*) — fizyka, chemia, biologia — jest (a raczej będzie) redukowalna (bezpośrednio) do teorii mnogości[21]. Głosił on więc tezę jedności nauk przyrodniczych.

§ *V*

Cantorowska koncepcja redukcji nauk przyrodniczych bezpośrednio do teorii mnogości może być dzisiaj określona zdecydowanie jako jawnie fałszywa (wadliwa). Niemniej kryje się za nią idea jedności nauki, która pojawiała się w filozofii (nauki) i w czasach bliskich G. Cantorowi (pozytywizm E. Macha), a także później, w XX wieku, w pracach przedstawicieli logicznego empiryzmu i – szerzej — w nurcie filozofii analitycznej. Interesująca zatem wydaje się próba udzielenia

[20]Por. List G. Cantora do G. Mittag-Lefflera z 22.09.1884, w: I. Grattan-Guiness, *An Unpublished Paper by Georg Cantor: Principien einer Teorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung*, ss. 85–86.

[21]Warto w tym kontekście wspomnieć, że G. Cantor określił „wszystkie nauki przyrodnicze" (*die sämtlichen Naturwissenschaften*) mianem „stosowanej teorii mnogości": „Unter angewandter *Mengenlehre* verstehe ich Dasjenige, was man *Naturlehre* oder *Kosmologie* zu nennen pflegt, wozu also die sämtlichen *Naturwissenschaften* gehören, sowohl die auf die anorganische, wie auch auf die organische Welt sich beziehenden.", G. Cantor, *Principien einer Theorie der Ordnungstypen. Erste Mittheilung*, s. 85.

odpowiedzi na pytanie: jaka jest geneza Cantorowskiej idei jedności nauk przyrodniczych? Czy jest to geneza o charakterze wewnętrznym, związana z budową od podstaw przez G. Cantora teorii mnogości, czy też o charakterze zewnętrznym w stosunku do własnych badań G. Cantora, wynikająca ewentualnie z wpływu drugiego pozytywizmu (E. Macha)?

Zdecydowanie bardziej prawdopodobna wydaje się pierwsza hipoteza. Można sformułować kilka argumentów, które za nią przemawiają.

G. Cantor, budując od podstaw teorię zbiorów nieskończonych, stał się obiektem zdecydowanej krytyki ze strony L. Kroneckera, który był zdecydowanym przeciwnikiem odwoływania się do zbiorów nieskończonych i metod infinistycznych w konstruowaniu matematyki. L. Kronecker, jeden z nauczycieli G. Cantora na uniwersytecie berlińskim, był jedną najbardziej wpływowych postaci w środowisku matematyków niemieckich w drugiej połowie XIX wieku. To on pośrednio przyczynił się do tego, że G. Cantor nie mógł otrzymać stanowiska profesora ani na uniwersytecie w Berlinie, ani na uniwersytecie w Getyndze, których wydziały matematyki były w owym czasie wiodącymi w świecie. G. Cantor miał także problemy z wydawaniem swoich prac teoriomnogościowych w niemieckich periodykach matematycznych. Matematyk z Halle musiał walczyć o uznanie dla siebie i dla budowanej teorii mnogości. Jednym z elementów kampanii na rzecz uznania wartości teorii mnogości mogło być tworzenie wizji teorii mnogości integrującej poszczególne dyscypliny nauk przyrodniczych.

Innym źródłem podjęcia przez G. Cantora idei jedności nauk przyrodniczych mogła być reprezentowana przez niego koncepcja unifikacji matematyki na bazie stworzonej teorii mnogości. G. Cantor mógł przenieść ideę unifikacji matematyki na nauki przyrodnicze. Stymulatorem takiego przeniesienia mógł być znaczny stopień matematyzacji nauk przyrodniczych w XIX wieku. Na to wskazywać się zdaje — podkreślony wcześniej — fakt prawie równoczesnego podjęcia przez matematyka niemieckiego kwestii unifikacji matematyki i kwestii unifikacji nauk przyrodniczych oraz to, że w obydwu przypadkach dyscypliną podstawową miała być teoria mnogości.

Warto też w tym miejscu zaznaczyć, że G. Cantor, odmiennie niż pozytywiści wszelkich formacji, nie odrzucał metafizyki, przeciwnie, uznawał jej nieodzowność w fundowaniu matematyki. Z drugiej strony miał on świadomość, że teoria mnogości jest nauką ogólną w tym znaczeniu, że zajmowała się dowolnymi przedmiotami. Wprawdzie żadne źródła tego nie potwierdzają, ale wydaje się możliwe, że ta ostatnia przesłanka prowadziła G. Cantora do traktowania stworzonej przez niego teorii mnogości jako metafizyki. W jego koncepcji zjednoczonej nauki zarówno poszczególne dyscypliny matematyki, jak i poszczególne nauki przyrodnicze byłyby, w pewnym sensie, uszczegółowieniem teorii mnogości jako najogólniejszej nauki o tym, co istnieje. Tym samym teoria mnogości, pojmowana jako metafizyka, pretentowałaby do miana dyscypliny jednoczącej z jednej strony matematykę, z drugiej nauki przyrodnicze. Tu znajdowałaby też wytłumaczenie kwestia matematyczności przyrody.

Jest też niewykluczone, że wszystkie te czynniki razem — zapewne w różnym, trudnym do określenia, stopniu — wpłynęły na sformułowanie przez G. Cantora idei unifikacji nauk przyrodniczych na bazie teorii mnogości.

Nie ma natomiast żadnych wskazówek, które sugerowałyby, iż G. Cantor był w kwestii idei jedności nauki (i jakiejkolwiek innej kwestii) pod wpływem E. Macha, czy innego przedstawiciela pozytywizmu. Można by ewentualnie postawić pytanie, czy koncepcja *charakterisica universalis* — ogólnego języka nauki — G.W. Leibniza, który był bardzo ceniony przez twórcę teorii mnogości, nie wpłynęła w jakiś sposób na powstanie Cantorowskiej idei jedności nauki. I w tej kwestii nie ma jednak żadnego potwierdzenia w źródłach.

Należy, wobec powyższego, konkludować, że — najprawdopodobniej — wyłaniająca się z niektórych tekstów G. Cantora idea jedności nauk przyrodniczych (*Naturwissenschaften*) była jego własną, niezapożyczoną koncepcją metanaukową.

§ *VI*

Dotychczasowe badania dotyczyły Cantorowskiej idei unifikacji nauk przyrodniczych (na bazie teorii mnogości). Zasadnicze sformułowanie tej idei pochodzi — jak wskazują przypisy do § IV — z roku 1884. Dokładnie rok wcześniej, w roku 1883, W. Dilthey w pracy *Einleitung in die Geisteswissenschaften* dokonał fundamentalnego podziału nauk na przyrodnicze (*Naturwissenschaften*) i humanistyczne (*Geisteswissenschaften*)[22]. Dokonany wówczas podział opierał się przede wszystkim na kryteriach metodologicznych. Pozytywizm XIX wieku przeciwstawiał się tej dychotomii, preferując tezę o jedności metody i treści nauk. W ramach programu redukcjonizmu prezentowanego przez logiczny empiryzm w XX wieku uzasadniano możliwość redukcji „treściowej”, części przynajmniej, nauk humanistycznych (socjologii do psychologii, a tej do neurofizjologii) do nauk przyrodniczych. Tym samym głoszona przez logiczny empiryzm unifikacja nauki obejmowała również — przynajmniej (istotną) część — nauk humanistycznych.

Pisma pozostawione przez G. Cantora nie zawierają żadnej wskazówki, że dopuszczał on możliwość redukcji jakiejkolwiek nauki humanistycznej do jakiejś nauki (nauk) przyrodniczej, czy też do teorii mnogości. G. Cantor zacieśnił swą koncepcję zunifikowanych nauk do nauk przyrodniczych. Zatem jego wizja zjednoczonych nauk nie była tak totalna, jak to miało miejsce w ramach logicznego empiryzmu. Z drugiej jednak strony zunifikowane nauki G. Cantora obejmują, oprócz nauk przyrodniczych, zredukowane do teorii mnogości, dyscypliny matematyki.

---

[22] Por. W. Dilthey, *Einleitung in die Geisteswissenschaften. Versuch einer Grundlegung für das Studium der Gesellschaft und der Geschichte*, Leipzig 1883.

§ *VII*

Wypada dokonać w tym miejscu — z perspektywy ponad trzynastu dziesięciolеci — oceny propagowanej przez G. Cantora idei jedności nauk przyrodniczych.

Przede wszystkim należy stwierdzić, że nie sprawdziła się przepowiadana przez G. Cantora wizja powszechnej i bezpośredniej redukcji nauk przyrodniczych do teorii mnogości. Wprawdzie zbudowana przez niemieckiego teoria znalazła zastosowania w naukach przyrodniczych, ale nie jest to tożsame z przepowiadaną przez niemieckiego matematyka redukcją nauk przyrodniczych do teorii mnogości.

Generalnie zaś należy stwierdzić, że w XX wieku, promowany przez przedstawicieli logicznego empiryzmu program redukcji nauk przyrodniczych do jakiegoś fragmentu fizyki odnotował tylko lokalne sukcesy. Udało się na przykład zredukować genetykę do biochemii i fragment chemii do fizyki kwantowej. Jednak szanse na globalne zunifikowanie nauk przyrodniczych są — w obecnym ich paradygmacie — oceniane na zerowe[23]. Innymi słowy: obecnie i Cantorowska i pozytywistyczna wizja jedności nauk przyrodniczych wydają się nierealizowalne.

Zupełnie inaczej potoczyły się dzieje propagowanej przez G. Cantora idei jedności matematyki na bazie teorii mnogości. Realizacja programu G. Fregego unifikacji matematyki na bazie logiki okazała się nieudana — ze względu na odkryte w systemie logika z Jeny antynomie. B. Russell z A.N. Whiteheadem wyeliminowali znane antynomie, ale ich realizacja programu logicyzmu okazała się być obciążona poważnymi wadami. Przede wszystkim chodziło o niezbędność przyjęcia

[23]Pozytywistyczna koncepcja redukcji nauk humanistycznych (psychologii) do nauk przyrodniczych przedstawiona przez P. Oppenheima i H. Putnama [por. P. Oppenheim, H. Putnam, *Unity of Science as a Working Hypothesis*, "Minnesota Studies in the Philosophy of Science", 2 (1958), ss. 3–36] została podważona przez tzw. argument z wielorakiej realizacji przedstawiony przez J. Fodora [por. J. Fodor, *Disunity od Science as a Working Hypothesis*, "Synthese", 28 (1974), ss. 77–115]. Argument ten głosi, iż tego samego typu zdarzenia rozpatrywane w ramach nauki wyższego poziomu mogą być zrealizowane za pomocą zdarzeń zasadniczo odmiennych z punktu widzenia nauki bardziej podstawowej.

pozalogicznego aksjomatu nieskończoności stwierdzającego istnienie nieskończenie wielu indywiduów. Poza tym — przyjęty dla eliminacji antynomii — pluralizm typów w systemie Russella generował typikalną wielość arytmetyki.

Na początku XX wieku przedstawiono jeszcze inny sposób eliminacji znanych antynomii — zaksjomatyzowano teorię mnogości. Na tej teorii można było budować matematykę bez niedogodności charakterystycznych dla logicyzmu. Jedną z realizacji tej koncepcji pokazali Bourbakiści. Dlatego dziś twierdzi się, że matematyka jest redukowalna do teorii mnogości (plus logiki w sensie rachunku predykatów). Tym samym zrealizowana została w XX wieku właśnie Cantorowska wizja — wyrażona w jego stwierdzenia „matematyka jest teorią mnogości" — unifikacji matematyki na bazie teorii mnogości.

Można więc podsumować niniejszy paragraf stwierdzeniem, że o ile Cantorowska idea jedności nauki wydaje się nierealizowalna, to Cantorowska wizja jedności matematyki była prorocza i zdecydowanie trafniejsza, niż koncepcja logicyzmu.

§ *VIII*

W świetle ostatniego stwierdzenia teza, że od G. Cantora rozpoczęła się również dezintegracja matematyki, wydaje się paradoksalna. Ma ona jednak uzasadnienie w pocantorowskich dziejach podstaw matematyki.

Dowód sformułowanego przez G. Cantora twierdzenia o dobrym uporządkowaniu każdego zbioru wymagał — jak to pokazał E. Zermelo — wcześniejszego przyjęcia pewnika wyboru. Tekst twórcy teorii mnogości wskazują, że on sam korzystał *implicite* z niesformułowanego jeszcze wtedy pewnika wyboru. W Zermelowskiej aksjomatyzacji teorii mnogości pewnik wyboru został przyjęty jako jeden z aksjomatów. Od razu wywołało to gorące kontrowersje, ze względu na niekonstruktywny charakter pewnika wyboru.

Hipoteza continuum została *explicite* sformułowana przez G. Cantora. Zresztą dopiero on dysponował narzędziami teorii mnogości, które pozwalały na jej sformułowanie. Mimo usilnych prób G. Cantora — który poświęcił w istocie temu zagadnieniu drugą połowę swej naukowej kariery — i jego następców, nie potrafiono znaleźć dowodu dla *hipotezy continuum*, ani dla jej negacji.

Nie było zatem przypadkiem, że kwestię statusu pewnika wyboru i *hipotezy continuum* w ramach teorii mnogości uczynił częścią swoich badań podstaw matematyki, prowadzonych w drugiej połowie lat 30. XX wieku, sam K. Gödel[24]. Udowodnił on — odwołując się do metod z zakresu teorii modeli — niesprzeczność obydwu z aksjomatyką ***ZF***. Na początku lat 60. P. Cohen udowodnił niezależność obydwu od aksjomatyki ***ZF***[25].

Te wyniki oznaczały tyle, że można budować różne teorie mnogości — bez aksjomatu wyboru i *hipotezy continuum*, z aksjomatem wyboru i *hipotezą continuum* oraz z ich negacjami. Dokładnie tak samo, jak można było budować geometrię z V postulatem lub z jego negacją (geometrie nieeuklidesowe). Wielość teorii mnogości oznacza jednak wielość matematyk, bowiem na teorii mnogości można nabudowuje się matematykę.

Jak pokazano, aksjomat wyboru i *hipoteza continuum* mają swe źródło w przedaksjomatycznej teorii mnogości G. Cantora. Ponieważ ich — rozpoznany — status prowadzi do pluralizmu teorii mnogości i, w konsekwencji, do pluralizmu matematyk, to można stwierdzić, że współczesny pluralizm matematyk posiada źródło — niezamierzone przez samego autora — w dorobku matematyka z Halle.

Można zatem konkludować niniejsze badania stwierdzeniem, że ostatecznie G. Cantor, który wysunął ideę jedności matematyki i jedności nauki, i którego idea unifikacji matematyki na bazie teorii mnogości była na pewnym etapie dziejów matematyki skutecznie realizowana, przyczynił się paradoksalnie, i w niezamierzony sposób, do uzasadnienia głoszonej współcześnie tezy o wielości matematyk.

---

[24]Por. K. Gödel: *The Consistency of the Axiom of Choice and of the Generalized Continuum Hypothesis with the Axioms of Set Theory*, Princeton 1940.

[25]Por. P. Cohen, *The Indenpendence of the Continuum Hypothesis*, "Proceedings of the National Academy of Science of the United States of America", 50 (1963), ss. 1143–1148; 51 (1964), ss. 105–110.

SUMMARY

GEORG CANTOR AND IDEA OF THE UNITY OF SCIENCE

G. Cantor presented — in an unpublished paper (1884) — a vision of the unity of science. He argued all sciences can be reduced directly to the set theory. A source of this idea was for Cantor the unity of mathematics (on the basis of set theory). Cantor represented thesis about the unity of science irrespective of the representatives of positivism (E. Mach).

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009), 100–115

Jerzy Dadaczyński
ul. Łagiewnicka 17, 41–500 Chorzów
dada59@poczta.onet.pl

NIEJASNOŚCI ZWIĄZANE Z BERNARDA BOLZANA „DEFINICJĄ" ZBIORU NIESKOŃCZONEGO

Jednym najgłośniejszych tekstów B. Bolzana jest 20. paragraf jego *Paradoxien des Unendlichen* wydanych pośmiertnie w roku 1851 w Lipsku. Jest tak dlatego, ponieważ czasami uważa się, za autorem uwag do drugiego wydania tej pracy H. Hahnem, że paragraf ten zawiera historycznie pierwszą antycypację Dedekindowskiej refleksywnej definicji zbioru nieskończonego. Możliwe jest jednak i takie odczytanie tekstu praskiego matematyka, które neguje taką antycypację, a także zupełnie „nowatorskie" odczytanie wspomnianego paragrafu, autorstwa twórcy alternatywnej teorii mnogości P. Vopěnki. Celem niniejszej pracy jest próba wyjaśnienia — wobec wielości interpretacji, szczególnie w dobie „povopěnkowskiej" — intencji, które wiązał B. Bolzano z tekstem 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen*.

Przed przytoczeniem tekstu klasycznego paragrafu należy koniecznie wskazać najważniejsze tezy wcześniejszych paragrafów *Paradoxien des Unendlichen*, tak, by klasyczny tekst osadzić we właściwym kontekście. W poprzedzających paragrafach B. Bolzano twierdzi m.in., że:

[T1]: znaczenie terminu „nieskończoność” należy wydobyć z językowego sposobu używania (*Sprachgebrauch*) tegoż terminu[1];

[T2]: przymiotnik „nieskończony” można orzekać o zbiorach (i wielkościach)[2];

[T3(*implicite*)]: wszystkie elementy każdego zbioru można „ułożyć” w ciąg, który będzie posiadał element pierwszy[3];

[D1]: zbiór jest nieskończony wtedy i tylko wtedy, gdy wspomniany ciąg jego elementów nie posiada elementu ostatniego[4];

[T4]: istnieje zbiór nieskończony złożony elementów abstrakcyjnych — pozaczasowych i pozaprzestrzennych (np. zbiór zdań samych w sobie, zbiór prawd samych w sobie, zbiór liczb naturalnych, zbiór wielkości (tzn. liczb rzeczywistych))[5].

Należy zauważyć, że w paragrafach 1–19 *Paradoxien des Unendlichen* zawarta już jest B. Bolzana definicja zbioru nieskończonego. Jest to sformułowanie [D1], które zresztą posiada kształt definicji klasycznej. B. Bolzano doszedł do swej definicji nieskończoności (zbioru nieskończonego) przy pomocy narzędzi charakterystycznych później (w XX w.) dla filozofii analitycznej, tzn. przy pomocy analizy języ-

[1]Por. B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, Meiner, Leipzig 1921^2, par. 2.

[2]Por. B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, par. 2. Prowadzone współcześnie badania pokazały, że teoria, którą budował B. Bolzano, aby na niej oprzeć matematykę, są czymś „pośrednim” pomiędzy cantorowską teorią mnogości mereologią [por. F. Krickel, *Teil und Inbegriff. Bernard Bolzanos Mereologie*, Akademia Verlag, Sankt Augustin, 1994; J. Dadaczyński, *Bernard Bolano i idea logicyzmu*, Tarnów 2006]. Bolzanowskie znaczenie terminu „zbiór” (*Menge*) nie odpowiada zatem znaczeniu, które wiąże się z tym terminem w cantorowskiej tradycji teorii mnogości. Tym niemniej pokazano, że istnieje „przekład” z języka Bolzana na język Cantora, taki, że zbiory cantorowskie odpowiadają zbiorom Bolzanowskim, zaś Bolzanowskiej mereologicznej relacji bycia częścią całości odpowiada relacja inkluzji (cantorowskiego) podzbioru w (cantorowskim) zbiorze [por. J. Dadaczyński, *Bernard Bolano i idea logicyzmu*, s. 301–304]. Dlatego w niniejszym tekście — bez szkody, dla jego merytorycznej zawartości — posłużono się, zamiast Bolzanowskimi, cantorowskimi zbiorami, zaś wspomnianą relację mereologiczną zastąpiono inkluzją zbiorów nieskończonych.

[3]Por. B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, par. 8, 9.

[4]Por. B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, par. 9.

[5]Por. B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, par. 13.

kowej. Odrzucił on inne definicje nieskończoności (np. zbiór nieskończony to zbiór niepowiększalny) i do końca tekstu *Paradoxien des Unendlichen* stosował konsekwentnie sformułowanie [D1] jako definicję nieskończoności.

To ostatnie stwierdzenie, w połączeniu ze spostrzeżeniem, że B. Bolzana „definicja" nieskończonego zbioru z klasycznego paragrafu 20. *Paradoxien des Unendlichen* nie posiada formy definicji klasycznej, prowadzi do stwierdzenia, że tekst wspomnianego paragrafu nie zawierał — według zamierzeń B. Bolzana — definicji zbioru nieskończonego. O tym, jaki sens chciał związać praski matematyk z klasycznym tekstem, musi rozstrzygnąć jego analiza.

Paragraf 20. *Paradoxien des Unendlichen* rozpoczyna się następująco (dla potrzeb czytelności analizy tekst rozbity został na cztery części [B1] — [B4]):

[B1]„Przejdźmy teraz do rozważenia wysoce osobliwej właściwości, która może zachodzić w relacji (*Verhältnisse*) dwóch zbiorów (*Mengen*) wtedy, gdy są one nieskończone, i właściwie zachodzi zawsze, a którą przeoczało się dotąd

[B2] ze szkodą dla poznania pewnych ważnych prawd metafizyki oraz fizyki i matematyki, i taką, że jeśli ją teraz sformułuję, to wyda się ona tak paradoksalna, że konieczne byłoby zatrzymanie się przy jej rozważaniu nieco dłużej.

[B3] Twierdzę mianowicie: dwa zbiory (*Mengen*), obydwa nieskończone, mogą pozostawać do siebie w takiej relacji (*Verhältnisse*), że, z jednej strony, możliwe jest połączenie każdego przedmiotu należącego do jednego zbioru (*Menge*) w parę z pewnym [przedmiotem — J. D.] drugiego [zbioru — J. D.], w ten sposób, że żaden pojedynczy przedmiot z obydwu zbiorów (*Mengen*) nie pozostanie niewłączony w jakąś parę i żaden [przedmiot — J. D.] nie wystąpi w dwu albo więcej parach;

[B4] z drugiej strony jest jednak przy tym możliwe, że jeden z tych zbiorów (*Mengen*) zawiera w sobie drugi jako część, tak że wielości (*Vielheiten*), które one [tzn. zbiory — J. D.] przedstawiają, jeśli potraktuje się ich [tzn. zbiorów — J. D.] przedmioty jako równe, tzn. jako jednostki, pozostają do siebie w wielorakich relacjach (*Verhältnisse*)”[6].

Gdyby — jako myślą przewodnią — kierować się tytułem pracy B. Bolzana, który sugeruje, że praski autor miał zamiar zestawić pewne paradoksy dotyczące nieskończoności, to należałoby zwrócić uwagę na fragment [B3] + [B4] paragrafu 20. Uzyskuje się wtedy następujący tekst:

[P20A] Twierdzę mianowicie: dwa zbiory (*Mengen*), obydwa nieskończone, mogą pozostawać do siebie w takiej relacji (*Verhältnisse*), że, z jednej strony, możliwe jest połączenie każdego przedmiotu należącego do jednego zbioru (*Menge*) w parę z pewnym [przedmiotem — J. D.] drugiego [zbioru — J. D.], w ten sposób, że żaden pojedynczy przedmiot z obydwu zbiorów (*Mengen*) nie pozostanie niewłączony w jakąś parę i żaden [przedmiot — J. D.] nie wystąpi w dwu albo więcej parach; z drugiej strony jest jednak przy tym możliwe, że jeden z tych zbiorów (*Mengen*) zawiera w sobie drugi jako część, tak że wielości (*Vielheiten*), które one [tzn. zbiory — J. D.] przedstawiają, jeśli potraktuje się ich [tzn. zbiorów — J. D.] przedmioty jako równe, tzn. jako jednostki, pozostają do siebie w wielorakich relacjach (*Verhältnisse*)”.

[6] „Übergehen wir nun zur Betrachtung einer höchst merkwürdigen Eigenheit, die in dem Verhältnisse zweier Mengen, wenn beide unendlich sind, vorkommen kann, ja eigentlich immer vorkommt, die man aber bisher zum Nachteil für die Erkenntnis mancher wichtigen Wahrheiten der Metaphysik sowohl als Physik und Mathematik übersehen hat, und die man wohl auch jetzt, indem ich sie aussprechen werde, in einem solchen Grade paradox finden wird, daß es sehr nötig sein dürfte, bei ihrer Betrachtung uns etwas länger zu verweilen. Ich behaupte nämlich: zwei Mengen, die beide unendlich sind, können in einem solchen Verhältnisse zueinander stehen, daß es einerseits möglich ist, jedes der einen Menge gehörige Ding mit einem der anderen zu einem Paare zu verbinden mit dem Erfolge, daß kein einziges Ding in beiden Mengen ohne Verbindung zu einem Paare bleibt, und auch kein einziges in zwei oder mehreren Paaren vorkommt; und dabei ist es doch andererseits möglich, daß die eine dieser Mengen die andere als bloßen Theil in sich faßt, so daß die Vielheiten, welche sie vorstellen, wenn wir die Dinge derselben alle als gleich, d. h. als Einheiten betrachten, die mannigfaltigsten Verhältnisse zueinander haben”, B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, par. 20.

Tekst ten można „przełożyć” na język współczesnych podstaw matematyki następująco:

[InA] Możliwe jest, że istnieje jednojednoznaczne odwzorowanie zbioru nieskończonego *A* na zbiór nieskończony *B* i jednocześnie jeden z tych zbiorów jest podzbiorem właściwym drugiego.

Jest oczywiste, że taka możliwość stanowiła jeszcze dla matematyków i filozofów XIX wieku paradoks, znany skądinąd przynajmniej od czasów Galileusza. Warto też zwrócić uwagę na fakt, iż dalsza zawartość paragrafu 20. *Paradoxien des Unendlichen* potwierdza słuszność opatrzenia sformułowania interpretacji tekstu B. Bolzana [InA] modalnością „możliwe jest”. B. Bolzano najpierw zapowiada dowód — co jest skądinąd kolejnym argumentem, że jego tekst [B1] — [B4] nie zawiera, w jego zamiarze, żadnej definicji nieskończoności (zbioru nieskończonego) — po czym pokazuje, że obustronnie domknięte przedziały liczb rzeczywistych (wg terminologii Bolzana: wielkości) [0, 5] i [0, 12] można jednojednoznacznie na siebie odwzorować i pierwszy przedział jest podzbiorem właściwym drugiego. To oczywiście wystarcza jako dowód możliwości [InA].

Na dotychczasowych badaniach można by zakończyć badania B. Bolzana „definicji” zbioru nieskończonego, dochodząc do następujących konkluzji:

— tekst 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen* nie zawierał, w zamiarze autora, żadnej definicji zbioru nieskończonego;

— tekst ten zawiera jedynie opis pewnych paradoksalnych relacji, które mogą zachodzić pomiędzy zbiorami nieskończonymi (a które były już znane np. Galileuszowi);

— w związku z powyższymi uwagami wspomniany tekst nie powinien być interpretowany jako Bolzanowska antycypacja refleksywnej definicji zbiorów nieskończonych R. Dedekinda.

Jednakże publikacja w roku 1983 swoistej interpretacji niektórych fragmentów *Paradoxien des Unendlichen* dokonanej przez P. Vopěnkę nakazuje powrócić do analizy klasycznego tekstu B. Bolzana z 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen*. Interpretacja P. Vopěnki implikuje przede wszystkim, że w analizie B. Bolzana „definicji” nieskończoności, należy się odwołać do całego tekstu [B1] — [B4], a nie tylko — jak to uczyniono wyżej — do jego fragmentu [B3] — [B4].

P. Vopěnka, starając się znaleźć w tekstach B. Bolzana filozoficzne uzasadnienie dla niektórych założeń budowanej przez alternatywnej teorii mnogości zamieszcza w swojej pracy[7] następujący cytat z *Paradoxien des Unendlichen*:

[P20B] „Przejdźmy teraz do rozważenia wysoce osobliwej właściwości, która może zachodzić w relacji (*Verhältnisse*) dwóch zbiorów (*Mengen*) wtedy, gdy są one nieskończone, i właściwie zachodzi zawsze, a którą przeoczało się dotąd. [...] Twierdzę mianowicie: dwa zbiory (*Mengen*), obydwa nieskończone, mogą pozostawać do siebie w takiej relacji (*Verhältnisse*), że, z jednej strony, możliwe jest połączenie każdego przedmiotu należącego do jednego zbioru (*Menge*) w parę z pewnym [przedmiotem — J. D.] drugiego [zbioru — J. D.], w ten sposób, że żaden pojedynczy przedmiot z obydwu zbiorów (*Mengen*) nie pozostanie niewłączony w jakąś parę i żaden [przedmiot — J. D.] nie wystąpi w dwu albo więcej parach”.

Cytat, którym posłużył się P. Vopěnka jest — jak łatwo to zauważyć — zestawieniem tekstów [B1] i [B3]. Co istotne, P. Vopěnka całkowicie pomija tekst [B4], „wyrywając” go ze zdania złożonego [B3] — [B4].

Z tekstu [P20B] wyciąga P. Vopěnka — istotny dla budowanej przez siebie alternatywnej teorii mnogości — wniosek interpretacyjny:

[InB] dla dowolnych zbiorów nieskończonych A i B zachodzi: A i B są równoliczne (istnieje (można skonstruować) jednojednoznaczne odwzorowanie A na B)[8].

Co, przy przechodniości relacji równoliczności zbiorów, prowadzi do ważnej dla P. Vopěnki przesłanki:

[InB’] wszystkie zbiory nieskończone są równoliczne (posiadają tę samą moc, liczbę kardynalną).

---

[7] Por. P. Vopěnka, *Zbiory aktualnie nieskończone*, tłum. z rosyjskiego R. Murawski, s. 150 (137–157), w: *Współczesna filozofia matematyki. Wybór tekstów*, wyb., przekł., koment. R. Murawski, PWN, Warszawa 2002.

[8] Por. P. Vopěnka, *Zbiory aktualnie nieskończone*, tłum. z rosyjskiego R. Murawski, s. 150–151.

Istotną zaletą interpretacji [InB] i [InB'] jest to, że — inaczej niż [InA] — uwzględniają one fragment [B1]. Przy tym interpretacje [InB] i [InB'] z dwóch możliwych interpretacji fragmentu [B1] nie wybierają tej,

[InB1A] która opiera się na sformułowaniu „może zachodzić",

ale tą,

[InB1B] która opiera się na sformułowaniu „(właściwie) zachodzi zawsze".

Należy zauważyć, że gdyby interpretacje P. Vopěnki [InB] uwzględniła interpretację fragmentu [B1] odwołującą się do [InB1A1], to miałyby one postać następującą:

[InBalt] istnieją zbiory nieskończone *A* i *B* takie, że *A* i *B* są równoliczne (istnieje (można skonstruować) jednojednoznaczne odwzorowanie *A* na *B*).

Porównanie [InB] i [InBalt] prowadzi do wniosku, że wybranie przez P. Vopěnkę w analizie 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen* interpretacji [InB1B] zamiast [InB1A] prowadzi do zastosowania kwantyfikatora (kwantyfikatorów) ogólnego zamiast kwantyfikatora (kwantyfikatorów) egzystencjalnego.

Jednakże, mimo cennego uwzględnienia fragmentu [B1] tekstu B. Bolzana i zwrócenia uwagi na jego niejednoznaczność interpretacyjną ([InB1A], [InB1B]), sama interpretacja P. Vopěnki [InB] nie wydaje się właściwa. Dwa zasadnicze powody tej niewłaściwości są następujące:

— P. Vopěnka opuszcza istotny fragment [B4], który stanowi o tytułowej paradoksalności relacji między zbiorami;

— dowód — o którym już wspominano — jakim B. Bolzano opatruje tekst [B1] — [B4] nie jest dowodem twierdzenia ogólnego (opatrzonego kwantyfikatorem ogólnym), a takim jest zdanie [InB].

Poza tym pozostaje jeszcze kwestia tego, czy B. Bolzano uważał rzeczywiście twierdzenie o równoliczności wszystkich zbiorów nieskończonych [InB'] za prawdziwe i czy jest ono rzeczywiście prawdziwe na gruncie Bolzanowskiej „teorii mnogości".

Trzeba stwierdzić, że poza tekstem [B1] + [B3] (przy interpretacji [InB1B] i (nieuprawnionym) nieuwzględnieniu fragmentu [B4]) nigdzie w tekście *Paradoxien des Unendlichen* nie można się dopatrzyć twierdzenia, że wszystkie zbiory nieskończone są równoliczne.

Z drugiej strony, to poszukiwane przez P. Vopěnkę twierdzenie — potrzebne do uzasadnienia podstaw budowanej alternatywnej teorii mnogości — daje się, jak się wydaje, uzasadnić na podstawie zawartości *Paradoxiendes Unendlichen* (przy uwzględnieniu pewnych zasad Cantorowskiej teorii mnogości). Otóż z [T3(*implicite*)] i [D1] i przy uwzględnieniu Cantorowskiej zasady, że każdy **ciąg nieskończony** można „ponumerować” przy pomocy liczb naturalnych (tzn. każdy **ciąg nieskończony** jest równoliczny ze zbiorem liczb naturalnych) wynika, że wszystkie Bolzanowskie zbiory nieskończone są równoliczne (bo wszystkie one są równoliczne ze zbiorem liczb naturalnych). Trzeba jednak zaznaczyć, że to twierdzenie, które wynika z tekstu *Paradoxien des Unendlichen* B. Bolzana jest sprzeczne z twierdzeniem, które wynika z innych prac B. Bolzana, jeśli oczywiście zastosuje się do nich narzędzia Cantorowskiej teorii mnogości. Otóż badania historyczne pokazały, że B. Bolzano był pierwszym matematykiem, który prawidłowo — z dzisiejszego punktu widzenia — skonstruował *continuum* matematyczne — tzw. zbiór liczb mierzalnych (dzisiaj powiedziano by: zbiór liczb rzeczywistych)[9]. Dysponował on zatem — czego, nie mając wszystkich narzędzi Cantorowskiej teorii mnogości, nie mógł Bolano sam stwierdzić — zbiorem nieskończonym (w sensie Bolzana) nierównolicznym ze zbiorem liczb naturalnych. To oczywiście stoi w sprzeczności z wyprowadzonym z tekstów *Paradoxien des Unendlichen* twierdzeniem, że wszystkie nieskończone (w znaczeniu Bolzana) zbiory są równoliczne.

Po tych uwagach dotyczących poszukiwań inspiracji filozoficznej dla alternatywnej teorii mnogości P. Vopěnki w tekstach B. Bolzana należy powrócić do zasadniczej kwestii niniejszej pracy, tzn. do tego,

---

[9]Por. D. Laugwitz, *Bolzano's infinitesimal numbers*, “Czechoslovak Mathematical Journal” 32 [107] (1982), s. 667–670.

jaki sens wiązał praski matematyk z XIX w. ze swoją „definicją" zbioru nieskończonego z 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen*.

Aby wykorzystać pozytywy interpretacji P. Vopěnki, należy w dalszej pracy nad tekstem „definicji" B. Bolzana uwzględnić istotny fragment tekstu [B1] i możliwość jego interpretacji „w duchu" [InB1B], zaś by wyeliminować wady interpretacji P. Vopěnki, należy koniecznie uwzględnić fragment [B4].

Wówczas otrzymuje się następujący tekst, „wyjęty" z 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen*:

[P20C] „Przejdźmy teraz do rozważenia wysoce osobliwej właściwości, która **może zachodzić** [podkr. — J. D.] w relacji (*Verhältnisse*) dwóch zbiorów (*Mengen*) wtedy, gdy są one nieskończone, i **właściwie zachodzi zawsze** [podkr. — J. D.], a którą przeoczało się dotąd [...]. Twierdzę mianowicie: dwa zbiory (*Mengen*), obydwa nieskończone, mogą pozostawać do siebie w takiej relacji (*Verhältnisse*), że, z jednej strony, możliwe jest połączenie każdego przedmiotu należącego do jednego zbioru (*Menge*) w parę z pewnym [przedmiotem — J. D.] drugiego [zbioru — J. D.], w ten sposób, że żaden pojedynczy przedmiot z obydwu zbiorów (*Mengen*) nie pozostanie niewłączony w jakąś parę i żaden [przedmiot — J. D.] nie wystąpi w dwu albo więcej parach; z drugiej strony jest jednak przy tym możliwe, że jeden z tych zbiorów (*Mengen*) zawiera w sobie drugi jako część, tak że wielości (*Vielheiten*), które one [tzn. zbiory — J. D.] przedstawiają, jeśli potraktuje się ich [tzn. zbiorów — J. D.] przedmioty jako równe, tzn. jako jednostki, pozostają do siebie w wielorakich relacjach (*Verhältnisse*)"

Przy — jak to już zaznaczono — założeniu [InB1B] otrzymuje się następującą interpretację tekstu [P20C]:

[InC] dla dowolnych zbiorów nieskończonych A i B zachodzi: A i B są równoliczne i A jest podzbiorem właściwym B lub B jest podzbiorem właściwym A.

Jest to, w oczywisty sposób twierdzenie fałszywe, ponieważ dla dwóch (dowolnych) zbiorów nie zawsze zachodzi to, że jeden jest podzbiorem właściwym drugiego zbioru. Można by jeszcze ratować interpretację [InC] przez próbę zamiany drugiego członu koniunkcji na stwierdzenie, że jednojednoznaczny obraz *A’* zbioru *A* jest podzbiorem właściwym *B* lub jednojednoznaczny obraz *B’* zbioru *B* jest podzbiorem właściwym *B*, ale jest to z pewnością interpretacja za daleko odchodząca od intencji B. Bolzana (który nie posługiwał się pojęciem obrazu zbioru).

Istnieje jednak inne — lepsze, jak się wydaje — rozwiązanie zaistniałej sytuacji problemowej. Otóż wyrażenie „(właściwie) zachodzi zawsze” — na które zwrócił uwagę P. Vopěnka, i które „przełożył” w swej interpretacji [InB], przy pomocy kwantyfikatora (kwantyfikatorów) ogólnego na stwierdzenie „dla dowolnych (zbiorów nieskończonych)” — należy, jak się wydaje, interpretować mniej radykalnie. Zamiast dwóch — w istocie — kwantyfikatorów ogólnych, trzeba, by oddać myśl B. Bolzana, zastosować jeden kwantyfikator ogólny i jeden kwantyfikator egzystencjalny. Wydaje się to dobrze odzwierciedlać przejście B. Bolzana z [B1] od „może zachodzić” do „(właściwie) zachodzi zawsze”. Otrzymuje się wtedy bowiem, przy preferowanym przez P. Vopěnkę wyborze [InB1B] zamiast [InB1A], następująca interpretację tekstu [P20C]:

[InD] dla każdego zbioru nieskończonego *A* istnieje zbiór nieskończony *B*, taki, że *A* i *B* są równoliczne i *A* jest podzbiorem właściwym *B* lub *B* jest podzbiorem właściwym *A*.

Wartość tej interpretacji tekstu [P20C] polega na tym, że — przy znanym B. Bolzanowi fakcie, iż wyrażona w [InD] własność nie zachodzi dla żadnego skończonego (w sensie Bolzana) zbioru — pozwala uchwycić w tekście tę własność definicyjną zbiorów nieskończonych, którą w swej definicji refleksyjnej zbioru nieskończonego wykorzystał R. Dedekind. Był to jedna z popularnych sposobów odczytania tekstu [B1] — [B4][10], do czasu powstania pracy P. Vopěnki, który zupełnie inaczej rozumiał B. Bolzana „definicję” zbioru nieskończonego.

Jest jednak istotny argument świadczący o niesłuszności interpretacji [InD] tekstu [P20C]. Jak już kilkakrotnie wspomniano, własność

---

[10]Tak interpretował 20.paragraf *Paradoxien des Unendlichen* H. Hahn, którego uwagami zaopatrzone jest drugie wydanie pracy Bolzana (por. H. Hahn, *Anmerkungen zu Par. 20, 21*, w: B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*.

zawarta w tekście [P20C] (dokładniej: [B1] — [B4]) zaopatrzona jest przez B. Bolzana dowodem. Wykazanie, że przedział liczbowy [0, 5] jest równoliczny z przedziałem liczbowym [0, 12] i jednocześnie pierwszy przedział zawiera się w drugim, nie jest dowodem dla własności sformułowanej w [InD], która rozpoczyna się od kwantyfikatora ogólnego (po wszystkich zbiorach nieskończonych).

Trzeba przy tym zaznaczyć, że B. Bolzano może być uważany za pierwszego uczonego zajmującego się z powodzeniem teorią dowodu w dzisiejszym tego słowa znaczeniu, dlatego też użycie przez niego terminu „dowód" w 20. paragrafie *Paradoxien des Unendlichen* było z pewnością głęboko przemyślane.

Mimo, iż pozornie wydaje się, że ostatnia uwaga zdaje się przekreślać słuszność interpretacji [InD] tekstu B. Bolzana, to jednak można pokazać, że w istocie prowadzi ona do właściwego odczytania tegoż tekstu, w której interpretacja [InD] zostanie jednak uwzględniona.

Jeśli to, co B. Bolzano określa mianem „dowodu", rzeczywiście potraktować jako dowód jakiejś własności (twierdzenia) — a nie ma żadnych racjonalnych przesłanek, aby postąpić inaczej — to musi mieć ona postać następującą:

[InE] istnieje zbiór nieskończony A i istnieje zbiór nieskończony B, takie, że A i B są równoliczne i A jest podzbiorem właściwym B lub B jest podzbiorem właściwym A.

Interpretacja [InE] zatraca jednak — preferowaną przez P. Vopěnkę i przyjętą tutaj w kolejnych próbach rozumienia tekstu B. Bolzana — interpretację [InB1B] tekstu [B1] i przyjmuje w zasadzie interpretację [InB1A] tekstu [B1] (w istocie też [InE] nie odbiega od [InA], czyli analizy znalazłyby się w punkcie wyjścia). Ponieważ jednak pomiędzy [InB1A] i [InB1B] nie zachodzi relacja wykluczania (zachodzi relacja bycia uogólnieniem), dlatego wydaje się najlepszym rozwiązaniem oddanie tekstu [P20C] przy pomocy koniunkcji dwóch zdań (z których drugie zachowuje interpretację [InB1B] tekstu [B1]): [InE] i [InD]). Wówczas interpretacja tekstu [P20C] jest następująca:

[InF] istnieje zbiór nieskończony A i istnieje zbiór nieskończony B, takie, że A i B są równoliczne i A jest podzbiorem właściwym B lub

B jest podzbiorem właściwym *A* (*dla tego zdania B. Bolzano przedstawia dowód w dalszej części 20. paragrafu*) i dla każdego zbioru nieskończonego *A* istnieje zbiór nieskończony *B*, taki, że *A* i *B* są równoliczne i *A* jest podzbiorem właściwym *B* lub *B* jest podzbiorem właściwym *A* (*dla tego zdania B. Bolzano nie przedstawił dowodu*).

Interpretacja [InF] ma szereg zalet. Dla czytelnika połowy XIX wieku zawiera (tytułowy) paradoks. Dowód zamieszczony przez B. Bolzana po tym tekście jest rzeczywiście dowodem dla pierwszego zdania z [InF]. Zawiera ona też w sobie określenie późniejszej definicyjnej własności zbiorów nieskończonych.

Trudności interpretacyjne tekstu [P20C] wynikają z nie do końca klarownego sformułowania zdania fragmentu [B1]. Jak wynika ze wstępu F. Přihonsky'ego, wydawcy *Paradoxien des Unendlichen*, tekst rękopiśmienny pozostawiony przez B. Bolzana nie był — w zamierzeniu praskiego matematyka — ostatecznym tekstem jego pracy, zawierał sporo niejasności i był miejscami nieczytelny[11]. Można go traktować jako rękopis, który nie przeszedł jeszcze ostatnich prac redakcyjnych. Stąd zapewne wzięło się dość niejasne sformułowanie fragmentu [B1]. Można przypuszczać, że B. Bolzano najpierw sformułował własność [InE], opatrzył ją dowodem, a potem, np. podczas którejś z korekt doszedł do wniosku, że zachodzi własność [InD], nie zapisał jej jednak całej, a jedynie „wtrącił” w [B1] słowa „i właściwie zachodzi zawsze”, co doprowadziło do późniejszych trudności interpretacyjnych. „Poprawiony” — zgodnie z zaakceptowaną tu interpretacją — tekst zasadniczy 20. paragrafu *Paradoxien des Unendlichen* mógłby wyglądać następująco [POPR1] — [POPR5]:

[11]„Der Herausgeber erhielt diese Abhandlung im Manuskripte aus dem Nachlasse des Verfassers von dessen Erben mit der Verbindlichkeit, sie sobald als möglich zum Drucke zu fördern, und übernahm diese Verpflichtung [...]. Nun erst sah er sich in den Stand gesetzt, die lange bereits besorgte Abschrift nach dem nicht immer sehr lesbaren, hier und da sogar inkorrekten Manuskripte zu verbessern, eine genaue Inhaltsanzeige zur leichteren Benutzung des Büchleins zu fertigen und einen tauglichen Verlagsort dafür aufzusuchen”, F. Přihonsky, *Vorwort des Herausgebers*, w: B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, s. VI (V-VI).

[POPR1] Przejdźmy teraz do rozważenia wysoce osobliwej właściwości, która **może zachodzić** [podkr. — J. D.] w relacji (*Verhältnisse*) dwóch zbiorów (*Mengen*) wtedy, gdy są one nieskończone, a którą przeoczało się dotąd.

[POPR2] = [B2]

[POPR3] Twierdzę mianowicie: dwa zbiory (*Mengen*), obydwa nieskończone, mogą pozostawać do siebie w takiej relacji (*Verhältnisse*), że, z jednej strony, możliwe jest połączenie każdego przedmiotu należącego do jednego zbioru (*Menge*) w parę z pewnym [przedmiotem — J. D.] drugiego [zbioru — J. D.], w ten sposób, że żaden pojedynczy przedmiot z obydwu zbiorów (*Mengen*) nie pozostanie niewłączony w jakąś parę i żaden [przedmiot — J. D.] nie wystąpi w dwu albo więcej parach; z drugiej strony jest jednak przy tym możliwe, że jeden z tych zbiorów (*Mengen*) zawiera w sobie drugi jako część, tak że wielości (*Vielheiten*), które one [tzn. zbiory — J. D.] przedstawiają, jeśli potraktuje się ich [tzn. zbiorów — J. D.] przedmioty jako równe, tzn. jako jednostki, pozostają do siebie w wielorakich relacjach (*Verhältnisse*).

[POPR4] *dowód* [POPR3] — *pokazanie, że przedział liczbowy* [0, 5] *jest równoliczny z przedziałem liczbowym* [0, 12] *i pierwszy zbiór jest podzbiorem właściwym drugiego.*

[POPR5] *uwaga uogólniająca B. Bolzana (niezaopatrzona dowodem), stwierdzająca — w jego języku — zachodzenie* [InD]: *dla każdego zbioru nieskończonego A istnieje zbiór nieskończony B, taki, że A i B są równoliczne i A jest podzbiorem właściwym B lub B jest podzbiorem właściwym A.*

Tekst B. Bolzana zawiera zatem własność [InD], [POPR5], która potem stała się definicyjną własnością zbiorów nieskończonych. Jej sformułowanie, choć niejako mimochodem i w sposób niełatwy do odczytania, jest wielkim osiągnięciem B. Bolzana. Podanie tak ogólnej własności było możliwe dopiero w tekstach B. Bolzana, ponieważ on pierwszy posługiwał się ogólnym pojęciem zbioru — pojęciem zbioru w ogóle.

Skoro 20. paragraf podaje jednak własność ([InD], [POPR5]), która w pracach matematyków pokolenia R. Dedekinda i G. Cantora została wykorzystana do refleksywnego zdefiniowania zbiorów nieskończonych, to powstaje pytanie, czy jej znajomość skłoniła B. Bolzana do korekty relacji kwantytatywnych pomiędzy zbiorami nieskończonymi i odrzucenia starożytnego aksjomatu teorii wielkości, stwierdzającego, iż część jest mniejsza od całości. Tak przecież postąpili R. Dedekind i G. Cantor — zmodyfikowali relację mniejszości mocy zbioru i odrzucili aksjomat Eudoksosa-Euklidesa.

Sytuacja problemowa, przed którą stał również B. Bolzano, była następująca. Oczywiste wydawało się przyjęcie, że dla dowolnych zbiorów:

(1) $L(A) = L(B) \equiv A \sim B$

oraz

(2) $L(A) < L(B) \equiv (A \subset B \wedge A \neq B)$,

gdzie „$L(A)$” oznacza „liczebność” (dzisiaj: moc, liczbę kardynalną) zbioru A, zaś „$\sim$” oznacza równoliczność (w znaczeniu przyjmowanym we współczesnej matematyce) zbiorów.

Ze względu na zachodzenie dla zbiorów nieskończonych (w sensie Bolzana) własności [POPR5] ([InD]), dla niektórych zbiorów:

(3) $(L(A) = L(B)) \wedge (L(A) < L(B))$.

Ze względu na oczywistość stwierdzenia:

(4) $(L(A) = L(B)) \equiv \sim (L(A) < L(B))$

z (3) otrzymuje się sprzeczność

(5) $\sim (L(A) < L(B)) \wedge (L(A) < L(B))$.

Jedyne wyjście z tej sytuacji problemowej, to przeformułowanie jednej z relacji kwantytatywnych (1) lub (2). R. Dedekind i G. Cantor zdecydowali się na przeformułowanie (2) i akceptację (1), zrywając tym samym ze starożytnym aksjomatem teorii wielkości Eudoksosa, mówiącym, iż część jest mniejsza od całości. To rozwiązanie — wbrew starożytnemu i „naturalnemu” aksjomatowi — odziedziczyła po twórcach teorii mnogości matematyka współczesna.

B. Bolzano doskonale zdawał sobie sprawę z sytuacji problemowej generowanej przez zdanie (5) i z tego, że jej rozwiązanie prowadzi przez zmianę definicji (1) lub (2). Zdecydował się jednak na zmianę definicji (1)[12] przy pozostawieniu (2). Oznaczało to dokładnie tyle, że praski matematyk — odmiennie niż twórcy teorii mnogości — nie potrafił jeszcze zerwać ze starożytnym paradygmatem matematyki, do którego „rdzenia" należała bezwzględna akceptacja zasady „część jest mniejsza od całości".

B. Bolzano wykonał zatem jeden z istotnych kroków w kierunku stworzenia teorii mnogości — czyli stworzenia „środowiska" nowoczesnej matematyki: sformułował twierdzenie [InD]. W pewnym sensie, wskazanym wyżej, pozostał jednak jeszcze w „świecie" matematyki starożytnej.

Jeśli chodzi o zmianę kwantytatywnej relacji równości między zbiorami nieskończonymi (1), to B. Bolzano jedynie ją zapowiedział, ale nigdy jej nie zrealizował. W każdym razie pozostawienie definicji (2) gwarantowało, nawet gdyby wszystkie zbiory nieskończone (w sensie Bolzana) były równoliczne, bogactwo kwantytatywnej różnorodności „Bolzanowskiego królestwa zbiorów".

---

[12] „Bloß aus dem Grunde also, weil zwei Mengen *A* und *B* in einem solchen Verhältnisse zueinander stehen, daß wir zu jedem in der einen *A* befindlichen Teile *a*, nach einer gewissen Regeln verfahrend, auch einen in *B* befindlichen Teil *b* mit dem Erfolge aussuchen können, daß die sämtlichen Paare ($a + b$), die wir so bilden, jedes in *A* oder *B* befindliche Ding enthalten — bloß aus diesem Umstände ist es — so sehen wir — noch keineswegs erlaubt zu schließen, daß diese beiden Mengen, wenn sie unendlich sind, in Hinsicht auf die Vielheit ihrer Teile (d. h. wenn wir von allen Verschiedenheiten derselben absehen) einander gleich seien; sondern sie können trotz jenem Verhältnisse, daß für sich selbst allerdings beiderseits gleich ist, ein Verhältnis der Ungleichheit in ihren Vielheiten haben, so daß die eine derselben sich als ein Ganzes, davon die andere ein Teil, herausstellen kann. Auf eine Gleichheit dieser Vielheiten wird erst geschlossen werden dürfen, wenn irgendein anderer Grund noch dazukommt, wie etwa, daß beide Mengen ganz gleiche Bestimmungsgründe, z. B. eine ganz gleiche Entstehungsweise haben", B. Bolzano, *Paradoxien des Unendlichen*, par. 21.

SUMMARY

THE AMBIGUITIES ASSOCIATED WITH BERNARD BOLZANOS "DEFINITION" OF THE INFINITE SET

The aim of the paper is to remove the ambiguities contained in the 20th Section Bernard Bolzanos „Paradoxien des Unendlichen”. Conclusion is that Bolzano originally wanted only to present in the 20th Section one of the (many) paradoxes of infinite sets: an infinite set **may be** equivalent with its subset. The proof in the 20th Section applies only to this property. Later added Bolzano to the text of the 20th Section a generalizing remark. Only this remark suggests that Bolzano anticipated the reflexive (Dedekindian) definition of the infinity set.

ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XLIV (2009), 116–146

POLEMIKI

Mieszko TAŁASIEWICZ
Instytut Filozofii UW

NAUKA I TEOLOGIA: KONFLIKT WYOBRAŻEŃ[*]

Stosunek nauki do teologii, a także rola, jaką ta pojęciowa opozycja odgrywa w sporze pomiędzy religią i ateizmem, zawsze były jednym z głównych ośrodków światopoglądowej debaty. W ostatnich latach natężenie tej debaty jeszcze wzrosło — zapewne w dużej mierze dzięki impulsom, jakimi były encyklika *Fides et ratio* oraz szczególna uwaga, jaką tym sprawom poświęcał Papież Jan Paweł II[1]. Temat ten jest podejmowany przez niezliczonych autorów, reprezentujących różne perspektywy. Wśród prac sympatyzujących z wiarą religijną — spośród wydanych ostatnio w Polsce — wymienić można monografie pokonferencyjne, przygotowane przez Watykańskie Obserwatorium Astronomiczne i Kalifornijskie Centrum Teologii i Nauk Przyrodniczych w Berkeley, z których wybór wydał po polsku Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych Papieskiej Akademii Teologicznej w Krakowie[2] oraz — przede wszystkim — publikacje własne środowiska OBI PAT, skupionego wokół Michała Hellera, które z wielką energią badania

[*]Autor dziękuje za cenne uwagi ks. S. Wszołkowi oraz K. Wójtowiczowi, R. Kalisiewiczowi i innym uczestnikom seminarium w Karwieńskich Błotach 2007.

[1]Por. Russell, Stoeger, Coyne (red.), *John Paul II on Science and Religion*, Vatican Observatory Publications, Vatican 1990.

[2]*Stwórca — Wszechświat — Człowiek*, OBI, Kraków, *Biblos*, Tarnów 2006; tam podane są dane bibliograficzne pozycji oryginalnych.

na ten temat prowadzi[3]. W ostatnim czasie międzynarodową rangę tych badań potwierdziło przyznanie za 2008 r. Profesorowi Hellerowi Nagrody Templetona w uznaniu jego zasług dla refleksji nad pograniczem wiary i wiedzy. Z przeciwnej strony wspomnieć trzeba książki Richarda Dawkinsa, zwłaszcza ostatnio wydaną pod tytułem *Bóg urojony.*[4] Szczególną uwagę warto jednak poświęcić przypomnianej w 2006 r. książce Bertranda Russella *Religia i nauka.* Dzieło to liczy sobie już ponad siedemdziesiąt lat — wydano je po raz pierwszy w 1935 roku — jednakże zarówno niektóre błędne schematy myślenia i wadliwe sposoby argumentowania demaskowane przez Russella, jak i schemat myślenia i sposób argumentowania samego Russella, który także obciążony jest poważnymi wadami, nadal funkcjonują w debacie pomiędzy nauką a religią i wciąż jeszcze znajdują naśladowców. Pod tym względem *Religia i nauka* jest pracą poniekąd pionierską i wciąż aktualną i choćby z tego powodu warto ją dziś jeszcze poddawać krytycznej analizie[5]. Przede wszystkim jednak warto na nowo podjąć problemy, które stawia przed nami Russell i które przewijają się w omawianej debacie od tego czasu do dzisiaj. Warto zobaczyć, jak dzisiaj możemy odpowiedzieć na jego wyzwanie, w oderwaniu — choćby tymczasowym — od bieżących polemik. Temu właśnie zadaniu poświęcony jest niniejszy artykuł.

* * *

[3] Spośród wielu pozycji można wymienić np. M. Heller, *Nowa fizyka i nowa teologia,* Wydawnictwo *Biblos*, Tarnów 1992; tenże, *Wszechświat i Słowo*, Wydawnictwo *Znak*, Kraków 1994; *Refleksje na rozdrożu*, OBI Kraków, *Biblos* Tarnów 2000; S. Wszołek, *Racjonalność wiary*, OBI Kraków, *Biblos* Tarnów 2003.

[4] R. Dawkins, *Bóg urojony*, Wydawnictwo CiS, Warszawa 2007.

[5] Wspomniana powyżej książka Richarda Dawkinsa *Bóg urojony* oparta jest w dużej mierze na Russellowskich schematach, znacznie uproszczonych; metodologicznie jest od pierwowzoru znacznie uboższa. Dyskusja nad nią, która zapewne wkrótce się rozpęta (a do której preludium jest praca A. McGratha *Bóg Dawkinsa*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków 2008), nie będzie konkluzywna, jeżeli nie ustosunkujemy się wcześniej do znacznie lepiej uargumentowanych poglądów Russella.

Nauka jest ucieleśnieniem racjonalności ludzkiej. Dlatego zasadniczym pytaniem, które *de facto* kryje się u podstaw debaty pomiędzy nauką a religią, jest pytanie, czy można racjonalnie wierzyć w Boga. Pytanie to można rozmaicie rozumieć — stąd, zapewne, bierze się uporczywość sporu. Przez „racjonalność" pewnej tezy można mianowicie rozumieć to, że tezę tę **musimy** uznać, jeżeli chcemy kierować się wskazaniami rozumu (w tym sensie racjonalne są np. uznane teorie naukowe), albo że tylko **możemy** ją uznać, pozostając z tymi wskazaniami w zgodzie. Co więcej, nawet jeżeli to rozstrzygniemy — dajmy na to, że przez racjonalność tezy rozumiemy możliwość przyjęcia tej tezy — nadal nie będzie zgody co do tego, o jak silną możliwość tu chodzi. Czy tylko o możliwość logiczną, niesprzeczność? Tak bywa definiowana tzw. racjonalność minimalna[6]. Ale może chodzi tu jednak o coś więcej, o coś przynajmniej zdroworozsądkowego, a najlepiej w jakimś niebanalnym sensie uprawdopodobnionego, czego wzorcowym przykładem jest poważna hipoteza naukowa, niepewna jeszcze i podlegająca testowaniu, ale przecież wybrana spośród wielu kontrkandydatek na podstawie surowych kryteriów?

Według wpływowego niegdyś stanowiska w tym sporze — stanowisko to wciąż jeszcze bywa reprezentowane i przyczynia się do niepowetowanych szkód — każdy przyzwoity i rozumny człowiek musi rozpoznać prawdę o istnieniu Boga: sprzeciwiają się jej tylko ludzie uprzedzeni i źli, bądź głupi. W łagodniejszej wersji stanowisko to przyznaje tezie ateistycznej wyłącznie racjonalność minimalną: wprawdzie nie można logicznie dowieść istnienia Boga, ale ogół ludzkiego doświadczenia przemawia jednoznacznie za tym, że Bóg jest.

Stanowisko to jest moim zdaniem błędne. Wiele trafnych argumentów przeciwko niemu podaje właśnie Russell. Pokazuje on, że uroszczenia dawnych i niektórych obecnych „obrońców wiary" muszą być odrzucone w świetle współczesnej nauki — i w świetle metodologii

[6]W sprawie racjonalności minimalnej zob. np. R. Kleszcz, „Kryteria racjonalności", *Filozofia Nauki* 2/96, ss. 121–133; M. Tałasiewicz, „Racjonalność słaba (minimalna) czy racjonalność pragmatyczna?" [w:] M. Heller, J. Mączka, J. Urbaniec (red.), *Sensy i nonsensy w nauce i filozofii*, OBI, Kraków, Biblos, Tarnów, 1999, ss. 126–130.

naukowej w ogóle (przykłady takich argumentów podamy w dalszej części pracy). Niestety, ambicją Russella jest nie tylko ugruntowanie słusznego przekonania, że nie każdy racjonalny człowiek musi być religijny, ale promowanie znacznie silniejszej tezy: żaden racjonalny człowiek nie powinien być religijny. To religii, zdaniem Russella, przysługuje co najwyżej racjonalność minimalna. Przyznaje on jej tę minimalną racjonalność po to, by odciąć się od szczególnie zajadłych ataków na wiarę, które przez swoją stronniczość są łatwe do powstrzymania. Wielkie partie *Religii i nauki* poświęcone są jednak próbie wykazania, że bilans argumentów za prawdami wiary i przeciwko nim jest dla tych prawd skrajnie niekorzystny: że choć przekonanie o istnieniu Boga nie jest może klinicznym przypadkiem szaleństwa, to w świetle nauki i zdrowego rozsądku jest całkowicie niewiarygodne. Ta ambicja wiedzie Russella — a za nim bardzo wielu innych autorów — na manowce. Argumenty, które przekonująco przemawiały przeciwko **konieczności** przyjęcia wiary, stają się swoją własną karykaturą, kiedy w nieuprawniony sposób przedstawia się je jako przyczynki do obalenia samej wiary. Zgoda na to, że sam zdrowy rozsądek nie przemawia jednoznacznie za przyjęciem wiary, nie pociąga zgody na to, że tenże zdrowy rozsądek przemawia za wiary odrzuceniem. Założenie, że nauka jest ucieleśnieniem racjonalności, nie prowadzi do wniosku, że wiara jest irracjonalna.

Kluczową sprawą dla pogodzenia nauki i wiary jest spostrzeżenie, że tak naprawdę domniemany konflikt między nimi jest konfliktem *intuicji* i *wyobrażeń* stowarzyszonych odpowiednio z teoriami naukowymi i koncepcjami teologicznymi. Sprzeciw teologów wobec Kopernika był sprzeciwem w imię *poczucia* ważności człowieka, a zatem Ziemi. Twierdzenie, że Ziemia krąży wokół Słońca, *zdawało się* przeczyć temu *poczuciu*: w miarę postępów astronomii „coraz trudniej było wierzyć, że tak znikomy zakątek wszechświata może mieć znaczenie, którego należałoby się spodziewać po siedzibie człowieka, gdyby człowiek odgrywał kosmiczną rolę, przypisywaną mu przez tradycyjną teologię” — pisze Russell. Jak najsłuszniej zastrzega jednak: „Nie chcę przez to powiedzieć, że refleksje takie mają moc argumentacji logicznej [...]" — i konkluduje: „W astronomii Kopernika nie ma [...] niczego, co *dowodziłoby*, że jesteśmy mniej ważni, niż dotąd sądziliśmy..."[7]. A zatem — dodajmy już własnym głosem — teoria ta (i każda inna teoria naukowa) może być pogodzona z wiarą pod warunkiem dostrojenia naszych wyobrażeń. I to zostało zrobione — dla astronomii stosunkowo najwcześniej, dla biologii — późno.

Przesądy dawnych teologów dziś już odrzucono. Można i należy ubolewać, że niekiedy stanowiły one realne zagrożenie dla ludzi nauki. Kościół katolicki wyraził takie ubolewanie, przepraszał za Bruna i Galileusza. Ale to nie natura wiary była źródłem tych przesądów, lecz niska świadomość metodologiczna ludzi tamtych czasów. Podobny rejestr uprzedzeń można znaleźć po stronie wolnomyślicieli — Russell trzeźwo przywołuje przypadek Woltera[8], który nie chciał uwierzyć w skamieliny w skałach osadowych, albo Carlyle'a, który „mówił o Darwinie jako 'apostole wulgarnej religii'"[9]. Podobnie nie tylko po stronie teologów leży wina za polityczne wykorzystywanie sporów z nauką. Russell odnotowuje, że „we Francji ludzie pióra od wielu lat usilnie pracowali nad tym, by osłabić wpływy kleru przez podkopanie fundamentów wiary chrześcijańskiej"[10]. Jeżeli w tym celu wykorzystywano nieuprawnione światopoglądowe generalizacje teorii naukowych, to nie należy się dziwić, że wśród ludzi całkiem szczerze przywiązanych do prawdy i rozumu budził się niesmak, a nawet lęk przed „nowinkami" naukowymi. „W 1795 roku niemal wszyscy ludzie zamożni w Anglii widzieli w każdej doktrynie niezgodnej z Biblią atak na własność prywatną oraz groźbę gilotyny" — pisze Russell[11]. Czy można im się dziwić w świetle doświadczeń Rewolucji Francuskiej? Nie należy też zapominać o tym, że w pejzażu ówczesnej nauki, oprócz wielkich teorii, które dzisiaj jeszcze szanujemy, roiło się od koncepcji hochsztaplerskich, obrażających zdrowy rozsądek: od rozmaitych mesmeryzmów, mediumizmów, magnetyzmów

[7]Russell, dz. cyt., ss. 19–20.
[8]Tamże, s. 41.
[9]Tamże, s. 51.
[10]Tamże, s. 42.
[11]Tamże.

etc. Nie było zaś dobrych narzędzi metodologicznych pozwalających — w samej nauce — oddzielić ziarno od plew. To dopiero zdobycz drugiej połowy XIX i pierwszej XX wieku. Żadna zatem wyliczanka niegdysiejszych dziwactw i nadużyć teologii nie stanowi argumentu przeciwko racjonalności wiary dzisiaj. Takie same bowiem dziwactwa i nadużycia obciążały konto ówczesnej nauki.

I rzeczywiście, astronomia — czy szerzej: fizyka — w dużej mierze na skutek własnych zdumiewających odkryć i wobec własnych kłopotów z odpowiednimi *wyobrażeniami* zeszła już dawno z pierwszej linii frontu walki z wiarą religijną. Coraz częściej „praktykujący" fizycy dostrzegają i doceniają intuicje, od dawna artykułowane w doktrynach religijnych[12]. Obecnie najbardziej „religiożercza" — spośród nauk przyrodniczych — jest biologia, a zwłaszcza biologia ewolucyjna, z „rottweilerem Darwina"[13] Richardem Dawkinsem na czele.

Nowoczesna teologia pogodziła się także z teorią ewolucji[14]. Wyszydza się jednak często tę koncyliację, powiadając, że teologia „ewolucyjna" — nazwijmy ją tak — mogłaby być wiarygodna, gdyby ewolucja oznaczała ciągły postęp do szczęścia. Tymczasem prawdziwa ewolucja — jak się okazało — jest raczej oscylacją, z trendem ku dołowi za sprawą entropii. „W świetle wiedzy, którą obecnie posiadamy, na ewolucji nie można zasadnie oprzeć żadnej optymistycznej filozofii"[15].

Jest to zupełne nieporozumienie. Teologia *pogodzona* z teorią ewolucji nie jest i nigdy nie będzie teologią *opartą na* teorii ewolucji, jak to przedstawia Russell i jego naśladowcy. Zapominają oni najwyraźniej, że zdaniem chrześcijan królestwo Boże nie jest z tego świata

[12]Spośród licznych wydanych w Polsce prac wspomnieć można na przykład Paula Daviesa *Boga i nową fizykę* (Wyd. Cyklady, Warszawa 1996) i *Ostatnie trzy minuty* (Wyd. Cis, Warszawa 1999) czy Stephena M. Barra, *Współczesną fizykę a wiarę w Boga* (Techtra, Wrocław 2005), a także Johna D. Barrowa, *Teorie Wszystkiego* (Znak, Kraków 1995) i *Kres możliwości?* (Prószyński i S–ka, Warszawa 2005).

[13]Określenie magazynu *Discovery*, przedrukowane we wklejce cytowanego wydania *Boga urojonego*.

[14]Por. np. M. Słomka, *Ewolucjonizm chrześcijański*, Wyd. Archidiecezji Lubelskiej *„Gaudium"*, Lublin 2004.

[15]Russell, dz. cyt., s. 53.

i że ten świat — w myśl chrześcijańskiej teologii — skończyć się ma w okolicznościach raczej apokaliptycznych. Wzmianki o jakiejś „optymistycznej filozofii" trafiają jak kulą w płot.

Znacznie większą wagę, w moim przekonaniu, ma inny zarzut, jaki pod adresem teologii formułuje się w powiązaniu z teorią ewolucji. Brzmi on tak: (a) okrucieństwo przyrody i (b) niezrozumiałość zamysłu Stwórcy, który ewolucję wybrał jako narzędzie stworzenia, oraz (c) niedoskonałość świata naturalnego — łącznie sugerują, że teologia pogodzona z ewolucją jest niewiarygodna.

Uważam, że warto dołożyć starań, by ten zarzut oddalić, choć wiem, że wielu teologów i filozofów wolałoby skwitować go wzruszeniem ramion. Nie należy przecież do dogmatów wiary, że każdy zamysł Stwórcy ma być dla nas jasny. Wyjaśnianie jest powołaniem nauki; dla wiary jest co najwyżej produktem ubocznym. Jak pisał Joseph Ratzinger — obecny papież Benedykt XVI — „Sensem przekazu wiary nie jest zaspokojenie ludzkiej ciekawości. Tam, gdzie przekaz ten wykracza poza granice ludzkiego doświadczenia, chodzi o ukazanie człowiekowi drogi. Brama zaświatów uchyla się więc przed nami tylko w takim stopniu, w jakim służy to naszej orientacji życiowej tutaj na ziemi"[16]. „Z drugiej jednak strony — pisze też Ratzinger — lud (i człowiek w ogóle) szuka poglądowości i obrazowości [...]. Nierozsądkiem jest żądać pobożności pozbawionej całkowicie wyobrażeń; byłaby ona sprzeczna z naturą człowieka. Ale dlatego też tym bardziej należy żądać, aby wyobrażenia [...] nie przekształcały się w samoistną mitologię. Pod tym względem istnieją niewątpliwie uzasadnione powody do krytycznego spojrzenia na dzieje chrześcijańskiej pobożności. Nie zawsze należycie dbano, by wyobrażenia odpowiadały istocie rzeczy. W nauczaniu nie chodzi jednak o usunięcie wszelkich obrazów, ale o ich stałą korektę"[17].

Sądzę, że należy podjąć się takiej korekty — korekty wciąż krążących w potocznym (i nie tylko potocznym) obiegu wyobrażeń dotyczących stosunku wiary do ewolucji przyrody i człowieka.

---

[16] J. Ratzinger, *Śmierć i życie wieczne*, PAX, Warszawa 2005, s. 150.

[17] Tamże, s. 126.

Na początku musimy zdać sobie sprawę, jakiego rodzaju argumentacja jest tu w ogóle możliwa. Rzecznicy „naukowego" światopoglądu, słusznie wyśmiawszy dawne wyobrażenia stowarzyszone z wiarą, żądają zarazem od nas przedstawienia nowych wyobrażeń, dzięki którym wymienione powyżej punkty będą harmonizować z prawdami wiary. Wbrew ich przypuszczeniom — to da się zrobić. Z jednym wszakże zastrzeżeniem. Nie możemy mianowicie oczekiwać, że Kościół chciałby jakiekolwiek tego rodzaju konkretne wyobrażenie uznać za obowiązujące (zwłaszcza wobec kłopotów, na jakie przywiązanie do wyobrażeń naraziło Kościół w przeszłości). W myśl encykliki *Fides et ratio* Kościół utrzymuje, że prawdy wiary można pogodzić z indywidualnym rozumem, z tym, jak my sami odbieramy świat — i że warto to robić. To jednak, w jakich konkretnych obrazach będziemy tę zgodność malować, zależeć musi od wiedzy, predyspozycji i doświadczeń życiowych każdego z nas. Pewne wyobrażenia do jednych przemawiają, do innych nie.

Nie pretendując zatem do przedstawiania stanowiska Kościoła, zarysuję szkic moich własnych wyobrażeń na ten temat — w przekonaniu, że nie każdy chrześcijanin je podziela, ale w nadziei, że podzielają je niektórzy.

Mnie najmniej trudności sprawia problem niedoskonałości (c). Uderza mnie raczej piękno i harmonia świata, nie jego niedoskonałość. Wiem też — z licznych (auto)biograficznych relacji czy z prywatnych rozmów — że również bardzo wielu uczonych–przyrodników podziela ten punkt widzenia. Zachwyt nad urodą i tajemnicą świata jest bardzo powszechnym „epifenomenem" badań naukowych i jednym z najważniejszych motywów podejmowania wysiłku pracy naukowej. Nawet sami „racjonaliści, w innych kontekstach polemicznych, kiedy akurat jest im wygodnie, piękno i harmonię i doskonałość świata chętnie eksponują"[18]. Skądinąd zresztą nie sądzę, by na ten temat warto było długo dyskutować; rzecz nieco przypomina jałowe pytanie, czy szklanka jest do połowy pełna, czy od połowy pusta. To, która z tych

[18]Zob. np. R. Dawkins, *Wspinaczka na szczyt nieprawdopodobieństwa*, Prószyński i S–ka, Warszawa 1998.

konceptualizacji wydaje się komuś właściwsza, zależy w dużym stopniu od jego charakteru i od osobistych doświadczeń.

Trudniejszy jest problem zrozumiałości miejsca ewolucji w zamyśle Stwórcy (b). Chrześcijanin nie musi, a nawet nie może — jak powiedzieliśmy — rozumieć wszystkich posunięć Pana Boga, ale całkowita niepojętość tak ważnej sprawy byłaby niewątpliwie dyskomfortem intelektualnym. Ja jednak mam na ten temat wyobrażenie, które mnie satysfakcjonuje. Konstrukcja mojego wyobrażenia, dlaczego Bóg stworzył świat i ludzi tak a nie inaczej, zaczyna się od przypomnienia dawnej scholastycznej aporii: czy Bóg, który jest wszechmocny, może stworzyć kamień tak ciężki, że nie mógłby go podnieść? Jeżeli może stworzyć, to nie może podnieść. A zatem nie jest wszechmocny. A jeżeli nie może stworzyć, to też nie jest wszechmocny. Dzisiaj uśmiechamy się na takie *dictum*, ale przecież Bóg stanął przed *tego rodzaju* problemem naprawdę: jak Bóg, którego wola jest prawem wszelkiego bytu, może stworzyć istotę, która będzie postępować według własnej woli? Jak może stworzyć istotę, która będąc całkowicie zależną bytowo od Stwórcy, będzie mogła Go kochać, a nie tylko słuchać? Która będzie na obraz i podobieństwo Boga, czyli będzie dla Boga **partnerem,** przyjmującym lub **odrzucającym** Boże propozycje? Która sama zdecyduje, czy odpowiedzieć na Boże wezwanie do miłości? Rozważanie tego czysto teologicznego pytania *in abstracto*, bez jakichkolwiek przesłanek empirycznych, z zasłoniętymi firankami i z zamkniętymi oczami, prowadzi do oczywistego dla mnie wniosku, że Bóg w akcie stworzenia musiał położyć między Sobą a człowiekiem jakąś potężną przesłonę, ugruntować osobowość człowieka w jakimś neutralnym aksjologicznie i przewyższającym poznawcze możliwości człowieka medium. Teraz otwieram oczy, rozsuwam firanki: świat przyrody, przebogaty strukturalnie i neutralny aksjologicznie — a w tym ewolucja człowieka jako zwierzęcia — jawi mi się jako znakomita odpowiedź na to czysto teologiczne pytanie. Ewolucja — i w ogóle stworzenie całego skomplikowanego świata materialnego — nie jest już niewytłumaczalną zagadką, lecz oczywistą podstawą *quasi*–samodzielności bytowej człowieka i jego wolnej woli.

Kiedyś trudno było sobie wyobrazić, jak znikomość człowieka we wszechświecie pogodzić z naszym statusem dzieci Bożych. Nowe wyobrażenie przedstawia tę znikomość jako **konieczny** warunek ludzkiej wolności. Zwrócenie się do Boga, do czego jesteśmy wezwani, nie byłoby wolne, gdyby nie miało realnej alternatywy; gdyby świat materialny nie dawał wystarczającego oparcia naszym pragnieniom, dążeniom i naszej ciekawości. Jezus mówi: „kto straci swe życie z mego powodu, znajdzie je" (Mt 16, 24). Musimy mieć co tracić, by pójść za Jego głosem. Musimy mieć swoje własne życie, kierowane instynktem, popędami, ambicją i przyjemnością.

Wyobrażenie to wyjaśnia też — tym, którzy je zaakceptują — wiele innych trudnych zagadnień wiary i teologii. Odpowiada na przykład na często powtarzane pytanie, dlaczego Bóg, jeśli istnieje, tak skąpo udziela znaków swojego istnienia. Dlaczego w swoim majestacie objawił się zaledwie kilku osobom; nawet spośród apostołów tylko Piotrowi, Janowi i Jakubowi. Otóż wyobrażenie to mówi, że nazbyt jawne wystąpienie zniweczyłoby Boży plan i Boże wezwanie do miłości, ponieważ zniszczyłoby przesłonę, o której wspominaliśmy: „Czy myślisz, że nie mógłbym poprosić Ojca mojego, a zaraz wystawiłby Mi więcej niż dwanaście zastępów aniołów?" (Mt 26, 53). Bóg musi balansować na cienkim ostrzu: jeśli całkiem się wycofa, zapomnimy o Nim, i nie będziemy Go kochać. Jeśli zbytnio się zbliży, padniemy przed nim na twarz w strachu śmiertelnym — i też nie będziemy Go kochać; nie taką miłością, jakiej pragnie. Dlatego nigdy nie będzie dowodu na istnienie Boga i dlatego zawsze znajdą się świadkowie Jego żywej obecności, byśmy mogli usłyszeć wezwanie.

Ważny i trudny jest też problem okrucieństwa przyrody (a). W dodatku — wbrew pozorom — jest to problem rzadko poruszany w kontekście apologetycznym, trudność bowiem, która się w tym punkcie kryje, bywa często źle diagnozowana. Apologeci koncentrują uwagę na cierpieniach człowieka, tymczasem chodzi tu też o cierpienie wbudowane w mechanizmy świata przyrody — cierpienie zwierząt z choroby, cierpienie od ataku drapieżnika itd. To tu kryje się rzeczywista trudność (ze strony wierzących zwracał na to uwagę np. C.S. Lewis)[19].

Cierpienie człowieka budzi w nas być może żywszą reakcję emocjonalną, ale i jest łatwiejsze do wytłumaczenia. Teodycea w tym aspekcie jest niezwykle rozwinięta i wszystkie chyba niuanse zostały rozpatrzone na wszelkie sposoby. Odpowiedź jest dla nas czasem trudna do zaakceptowania z naszej ziemskiej perspektywy — i buntujemy się przeciwko cierpieniu. Jest to jednak jasna odpowiedź, która zasadza się, po pierwsze, na przywołaniu faktu, że człowiek jest podmiotem moralnym (a zatem może cierpieć z własnej winy), i po drugie, na ukazaniu perspektywy zbawienia i wynagrodzenia cierpienia niezawinionego w życiu przyszłym.

Inaczej jest z cierpieniem zwierząt. One nie są podmiotami moralnymi; cierpienie nie będzie dla nich okazją do czynienia dobra, nie może być karą za ich grzechy, a wreszcie nie wiemy nic o jakichś perspektywach zwierzęcego zbawienia. Spróbujmy jednak i w tym wypadku wypracować jakieś — choćby tymczasowe — wyobrażenie, które pozwoli nam śmielej stawić czoła zarzutom i uchylić oskarżenie o rzekome okrucieństwo Boga.

Po pierwsze, warto odróżnić cierpienie od bólu jako pewnego stanu neuronów i zwrócić uwagę na to — współczesna psychologia udzieliłaby tu nam zapewne cennego wsparcia[20]— że o cierpieniu jako o psychologicznej realności możemy mówić tylko w odniesieniu do jednostek obdarzonych indywidualną świadomością siebie jako podmiotu. Do cierpienia potrzebne jest jakieś cierpiące JA. Organizmy obdarzone układem nerwowym mogą oczywiście odczuwać ból albo strach — ale *de facto* raczej jako elektryczną informację dla mózgu

---

[19]C.S.Lewis, *Problem cierpienia*, Wyd. Areopag, Katowice 1997.

[20]Już powierzchowna obserwacja pokazuje, że podobne rany czy stłuczenia (a zatem zapewne i podobny ból — w sensie informacji neuronowej) w pewnych okolicznościach są przyczyną silnego cierpienia (np. kiedy są nam zadawane z premedytacją przez osobę, przed którą nie możemy się bronić), w innych zaś przechodzą niezauważone, praktycznie poza świadomością (np. kiedy przydarzają się nam podczas zwycięskiego dla nas biegu przełajowego). W tym drugim wypadku właściwie nie cierpimy — mimo bólu.

o jakichś nieprawidłowościach w poszczególnych organach lub o zbliżającym się niebezpieczeństwie niż jako cierpienie.

Reakcja motoryczna na taki impuls — w postaci grymasu czy konwulsji, albo odgłosu — może na nas robić straszne wrażenie. Wiadomo, że człowiek zdolny jest do empatii a zdolność ta umożliwia mu współczujące postawienie się w sytuacji innej osoby. Znane są obszary mózgu odpowiedzialne za tę zdolność, a także — z grubsza — sam jej mechanizm: kiedy obserwujemy ruchy (także mimiczne) innej osoby, mózg nasz generuje taki układ pobudzeń neuronalnych, jakbyśmy sami znajdowali się w stanie, w którym wykonywalibyśmy takie ruchy czy grymasy[21]. Współczucie, jak się okazuje, nie jest metaforą — naprawdę potrafimy współ–odczuwać z innymi osobami. Mechanizm ten jest niezwykle cennym źródłem wiedzy o innych ludziach. Pozwala on nam przypisać innej osobie takie odczucia, jakie my sami mielibyśmy, gdybyśmy zachowywali się tak, jak ona (i które są przez ten mechanizm, w odpowiednio osłabionej formie, wywoływane).

Ze względu na to, że ludzie są do siebie podobni i mniej więcej podobnie reagują na te same bodźce, przypisanie takie jest najczęściej trafne i przez to wiarygodne. W wypadku reakcji na ból zwierzęcia mechanizm ten wiedzie nas jednak na manowce. Każe on nam przypisywać temu zwierzęciu takie odczucia, jakie my sami mielibyśmy, gdybyśmy z bólu krzywili twarz, wili się w konwulsjach albo krzyczeli. To przypisanie nie jest jednak wiarygodne. Ludzie i zwierzęta nie są do siebie podobni pod względem życia psychicznego i nie możemy wiedzieć, w jakim stopniu to, co naprawdę odczuwają zwierzęta, zbliżone jest do naszego cierpienia[22].

---

[21]W korze ruchowej (ciemieniowej) są tzw. neurony lustrzane; zob. np. Rizolatti, Giacomo, Craighero, Laila, “The Mirror–Neuron System”, *Annu. Rev. Neurosci.* 2004, 27, ss. 169–192.

[22]Jest tu oczywiście — z biologicznego punktu widzenia — pewna nieostrość między obdarzonymi podmiotowością moralną osobami, a pozbawionymi takiej podmiotowości zwierzętami. Nie wiemy przecież do końca, od kiedy w historii gatunku *homo sapiens* można mówić o pełni człowieczeństwa. Także jednak świadomość i samoświadomość, która jest warunkiem zdolności odczuwania cierpienia (w odróżnieniu od bólu), jest stopniowalna i nieostra. Można chyba przypuścić, że nieostrości

Druga okoliczność nakazuje zwrócić uwagę na pewne strukturalne zależności w obrębie świata przyrody. Ból jest tylko mechanizmem obronnym, który wyewoluował jako **korzystne** przystosowanie, pozwalające w większej liczbie przypadków uniknąć śmierci. To śmierć sama jest właśnie tym rzekomym złem, które zesłane jest przez okrutnego Boga. Ale śmierć organizmów jest warunkiem ewolucji. Jest ona strukturalnie koniecznym składnikiem świata dającego nam wolność; skoro więc Bóg dopuszcza nawet zło, by umożliwić nam wolny wybór, dlaczegóżby nie miał dopuścić neutralnej aksjologicznie śmierci? My sami akceptujemy tę cenę, żywiąc się zwierzętami, broniąc się przed zwierzętami czy wreszcie rozdeptując drobne zwierzęta podczas szybkiego marszu przez las[23]. Dlaczego więc oskarżamy Pana Boga, że akceptuje tę cenę w zamian za uruchomienie mechanizmu ewolucji, która daje nam wolność i życie? Bez śmierci, bez walki o byt, bez „prawa dżungli" — nie byłoby ewolucji (tak przecież hołubionej i wychwalanej przez „racjonalistów"). Bez śmierci organizmów cały świat byłby martwy — i bezwartościowy.

Nam może to wydawać się okrutne, musimy jednak pamiętać, że Bóg patrzy na doczesne przypadłości z innej perspektywy. Nie powinniśmy też mylić emocjonalnego sprzeciwu z moralnym osądem.

* * *

Kolejnym punktem zapalnym w sporze pomiędzy wyznawcami światopoglądu „naukowego" a wiarą i teologią są kwestie eschatologiczne, w szczególności dotyczące umierania i zmartwychwstania ciał.

Zacznijmy od tego drugiego. Jest to — znowu — problem odpowiednich wyobrażeń. Kiedyś niewiele wiedziano o cyrkulacji materii w przyrodzie i doprawdy trudno dziwić się ludziom ówczesnym, że

---

te pokrywają się i gdybyśmy mieli przeprowadzić jakąś regulację, to tak samo wypadłoby ustalić zbiór istot, które mogą zostać zbawione, z jednej strony, oraz zbiór istot zdolnych do odczuwania cierpienia — z drugiej.

[23]kądinąd zawsze warto minimalizować tę cenę i dlatego naprawdę godny podziwu jest zwyczaj pobożnych Hindusów, którzy idąc, zamiatają drogę przed sobą specjalną miotełką, żeby niczego nie rozdeptać.

wzdragali się przed paleniem czy krojeniem, czy wszelkim innym wykorzystaniem zwłok. Problem zmartwychwstania ciał i dzisiaj pozostaje trudny, a nauka, która może rzucić nań światło — w ograniczonym jedynie stopniu — nie jest dostępna każdemu. Problem ten wymaga w szczególności rozwiązania całego kompleksu zagadnień ontologicznych, w tym zagadnienia pozaczasowości a przede wszystkim pozaprzestrzenności Boga (i zaświatów). Filozofowie zasadnie pytają, w jakim sensie można mówić o cielesności po zmartwychwstaniu, skoro nie tylko materii, z jakiej kiedyś ciało było złożone, nie da się już odzyskać (bo stanowi ona część wielu różnych ciał), ale w ogóle trudno pojąć, czym miałoby być ciało poza przestrzenią — bardzo popularna w ontologii jest bowiem definicja ciała jako przedmiotu rozciągłego (przestrzennie). Ratzinger w cytowanej już książce poświęconej zagadnieniom eschatologicznym wyraźnie stwierdza (po wnikliwym zbadaniu dwóch tysięcy lat tradycji teologicznej), że nie możemy tu liczyć na jakieś przełomowe, ostateczne ustalenia: „Kto jednak opierając się na danych współczesnych nauk przyrodniczych, zdoła sobie wyobrazić zmartwychwstanie ciała? Takie zmartwychwstanie zakłada przecież jakąś zupełnie nową materialność, jakąś zasadniczą przemianę Kosmosu”[24]. I on jednak z wielką uwagą analizuje możliwe ujęcia tej właśnie „materii”. Wśród tych ujęć na pierwszy plan wybija się wątek odróżnienia pojęć „ciała” i „cielesności”. Idea tego odróżnienia wywodzi się już od Orygenesa[25]a z całą mocą powraca u Tomasza, u którego substancjalna dusza może być zarazem formą ciała (konstrukcja taka jest całkowicie nieakceptowalna z punktu widzenia czystego arystotelizmu — dlatego właśnie, że duszy przysługuje w niej jakaś inna od samego ciała „cielesność”)[26]. Żadnej z tych

[24]Ratzinger, dz. cyt., s. 103.

[25]„[R]ozróżniał on [Orygenes] w ciele ludzkim, z jednej strony, materialność, podlegającą stałej przemianie, nie zachowującą swej pełnej identyczności nawet w ciągu dwu dni, z drugiej zaś strony — trwałą formę, w której wyraża się nieomylnie indywidualność człowieka. Identyczności ciała zmartwychwstałego nie warunkują elementy podległe stałej przemianie, ale owa „postać”, ów „charakter” który tworzy człowiek” [tamże, ss. 162–163].

[26]Por. tamże, s. 165.

koncepcji nie można przyjąć jako gotowego rozwiązania i „[d]zisiaj trzeba syntezy dokonać na nowo, po to, aby zachować właśnie to, co dla Tomasza było istotne [...]. Zasadnicza jego myśl pozostaje [jednak] dla nas wskazaniem: [...] tożsamości ciała nie należy szukać, wychodząc od materii, ale od czynnika osobowego [...]. Cielesność jest czymś więcej niż sumą elementów materialnych”[27].

Czym w takim razie jest ta cielesność? Tego nigdy nie dowiemy się na pewno — na tym świecie. Współczesna nauka potrafi już jednak dostarczyć nam bardzo interesujących wyobrażeń. W szczególności nauki biologiczne o mózgu sugerują tu obiecującą hipotezę, wpisującą się w wyróżniany przez Ratzingera ciąg ujęć Orygenesa i Tomasza (hipotezę tę zawdzięczam prof. Janowi Kozłowskiemu z Instytutu Biologii Środowiskowej UJ). Otóż człowiek ma mentalną reprezentację swojego ciała, która sprawia, że możemy odczuwać ból w odciętych kończynach, że potrafimy dotknąć czubka nosa z zamkniętymi oczami itp. W czasie naszego życia reprezentacja ta jest zakodowana w materialnym mózgu (wiadomo już dzisiaj nawet, w jakiej części mózgu jest ten obraz przechowywany), ona sama jednak — jak każda informacja — jest pozaprzestrzennym abstraktem. Wystarczy teraz, by do zmartwychwstania zachowywała się ta **abstrakcyjna** informacja (w jakikolwiek sposób), by móc mówić o cielesności — w innym sensie niż posiadanie materialnego ciała. Biologia poucza więc, że nie musimy — rozważając zmartwychwstanie ciała — angażować się w filozoficzną definicję ciała jako czegoś rozciągłego czasoprzestrzennie (ani tym bardziej nie musimy martwić się o poszczególne atomy naszych ziemskich ciał). Trudno jednak oczekiwać, by tego rodzaju wyjaśnienie — które w szczegółach zmieniać się będzie z czasem w miarę postępu neurobiologii — mogło znaleźć powszechne uznanie jako przemawiające do wyobraźni przeciętnego wiernego; nie będzie więc raczej głoszone z ambon.

Inaczej jest z kwestią umierania. To nie jest kwestia wyobrażeń, a w każdym razie nie tylko wyobrażeń. Jest to kwestia etyczna: chodzi o świętość życia. „Teologia nadal stara się ingerować w medycynę za-

[27]Tamże, s. 166.

wsze, gdy dopatrzy się w niej jakichś kwestii moralnych..." — zauważa Russell[28]. Ale — inaczej niż zdaje się on sądzić — nie jest to relikt dawnych uprzedzeń; nie jest to też szybko zanikająca konsekwencja niedostatku wiedzy. Jest to trwały i niezbywalny element wiary: nakaz sprzeciwu wobec zła. Wiara nie może ograniczyć się do czystej prywatności. Tutaj mamy jeden z najbardziej wyrazistych przykładów, kiedy wierzący muszą bronić swoich przekonań publicznie. Muszą przeciwstawiać się zawsze wtedy, kiedy życie poświęcane jest dla rzeczy mniej wartościowych: dla wygody czy dla pieniędzy. Sprzeciwiają się jednak także, kiedy życie jednego niewinnego człowieka stawiane jest niżej niż życie innego. To tutaj kryje się istota sporu cywilizacyjnego. Praktyka medyczna stawia nas czasem w sytuacjach, które prowokują do takiej nieuprawnionej hierarchizacji: ciąża stanowiąca zagrożenie dla zdrowia matki, sztuczne zapłodnienie, klonowanie, pozyskiwanie komórek macierzystych z zarodków etc. Współczesna cywilizacja — nazwana właśnie z tego powodu cywilizacją śmierci — dopuszcza, a w swoich skrajnych postaciach nawet zachęca, by wartość życia różnicować: postawić zwiększoną jakość życia bezdzietnej dotychczas pary ponad życiem wielu zarodków, które musiały zginąć w procedurze sztucznego zapłodnienia; postawić skuteczniejszą terapię niektórych chorych nad życiem zarodków, z których można by wyhodować „części zamienne"; postawić bezpieczeństwo matki ponad życiem jej dziecka. Chrześcijanin musi się temu przeciwstawić. Encyklika Piusa XI, na którą powołuje się Russell, nie żąda, by zabijać matkę, aby uratować dziecko. Żąda, by w razie zagrożenia próbować ratować jedno i drugie, a żadnego z góry nie skazywać na śmierć: „Prawi i umiejętni lekarze zasługują na najwyższą pochwałę, gdyż starają się ochronić i zachować życie zarówno matki, jak i dziecka; i odwrotnie, nie są godni wykonywania szlachetnego zawodu lekarza ci, którzy doprowadzają do śmierci matkę lub dziecko..."[29]. Owszem — może to znaczyć, że próbując ratować dziecko, zmniejszamy nieco szanse matki. Że gdybyśmy od razu **zabili** dziecko, matkę byłoby **ła-**

[28]Russell, dz. cyt., s. 69.
[29]Cytat za Russellem, dz. cyt., s. 68.

twiej uratować. Russell uważa, że wolno a może i należy zaakceptować taką transakcję. Chrześcijanin nie może się na nią zgodzić. Życie dziecka nie jest więcej warte, ale i nie mniej niż życie jego matki. Lekarz ma starać się ratować „jak najwięcej" życia, przykładając do matki i dziecka równą wagę.

Rozstrzygającego argumentu, ponad wiarą i niewiarą, tutaj zapewne nie będzie. Można jednak wskazać słabe punkty stanowiska Russella i jego naśladowców. Ogłasza on na przykład — a wielu nowoczesnych ludzi podpisuje się pod tą deklaracją — że to „niesprawiedliwe", by takie nowe, nieświadome, rozwijające się dopiero życie miało zagrozić dobrze już osadzonemu na tym świecie życiu matki. Nie podaje jednak żadnych źródeł, w których to specyficzne pojęcie sprawiedliwości byłoby ugruntowane, co z kolei rodzi uzasadnione podejrzenia, że Russellowska „sprawiedliwość" nie ma żadnej sankcji aksjologicznej, lecz jest tylko zasłoną ukrywającą naturalne, ale niemoralne przekonanie o wyższości życia własnego i życia swoich przyjaciółek nad życiem jakichś obcych i niewygodnych dla nas istot.

Można tu odnotować jeszcze jeden argument, stosowany zwłaszcza przez zwolenników aborcji jako dopuszczalnej metody kontroli urodzeń. Mówią oni, że aborcja jest dopuszczalna, bo jest naturalna: organizm matki sam uśmierca niezliczone zarodki, zanim w końcu nie uzna, że ten a ten dość dobrze rokuje (organizm „uprawia" eugenikę, mówiąc brutalnie i wprost); zanikanie tego mechanizmu u starszych kobiet jest zresztą powodem, że z wiekiem rośnie odsetek urodzeń z wadami genetycznymi. To oczywiście prawda — rzeczywiście jest taki naturalny mechanizm. Podobnie jak prawdą jest to, że wszyscy w ogóle kiedyś umrzemy: śmierć dorosłych jest jeszcze bardziej naturalna niż śmierć zarodków (każdy dorosły kiedyś umiera, a nie każdy zarodek). Czy w związku z tym dopuszczalne jest, byśmy to my, własną decyzją, sprowadzili na kogoś śmierć (która i tak go przecież nie minie)? Czy możemy mordować kogo popadnie, bo przecież i tak wcześniej czy później on umrze? Nie. Trzeba więc skończyć raz na zawsze z przekonaniem, że wszystko, co naturalne jest moralnie dopuszczalne (i z jego transpozycją: że wszystko co niedopuszczalne jest w jakimś sensie nienaturalne)[30]. Jak wiadomo od czasów Hume'a co najmniej, nie ma wynikania między faktami a normami. Wszelka uczoność obecnej i przyszłej medycyny nie powie nam całej prawdy o tym, co wolno nam, a czego nie wolno uczynić.

Nie znaczy to oczywiście, że znajomość medycyny nie ma praktycznego znaczenia w decyzjach moralnych. To ona dostarcza nowych metod terapii, to ona pozwala z ciężkim, ale czystym sumieniem podjąć czasem tę ostateczną decyzję, by stanowiący bezpośrednie i śmiertelne zagrożenie dla matki płód wyjąć z jej organizmu (co jest koniecznością — jak mówi wiedza medyczna — na przykład w wypadku ciąży pozamacicznej). Zaprawdę, prawi i *umiejętni* lekarze zasługują na najwyższą pochwałę...

* * *

Eschatologia prowadzi nas następnie do problemu duszy, świadomości i wolnej woli. W tych sprawach trudności wyobrażeniowe mają obie strony — bardzo to bowiem niepodatna dla wyobraźni materia. Russell na przykład, po długiej opowieści o problemach europejskiej filozofii z zagadnieniem wolnej woli, ostatecznie konkluduje, że nasze akty woli mają przyczyny w naszych pragnieniach, a pragnienia — w funkcjonowaniu gruczołów, we wczesnej edukacji, w zapomnianych doświadczeniach, potrzebie zyskania aprobaty itd.[31]. Z małym kwantyfikatorem — to konkluzja banalna; nasze działanie bywa skutkiem takich przyczyn, to jasne. Z dużym kwantyfikatorem — to oczywisty fałsz: potrafimy działać wbrew zachceniom, potrafimy — rzadko i z trudem, ale potrafimy — przezwyciężyć złe trawienie, traumy z dzieciństwa, Freudowskie zahamowania i żądzę poklasku i wszelkie przyczyny, jakie tylko Russell zechciałby nam jeszcze wymyślić.

[30]Co ciekawe, to samo przekonanie w wersji wprost jest często podstawą rozumowań „wolnomyślicieli" ('aborcja jest naturalna, więc jest dopuszczalna'), a w wersji transponowanej — „fundamentalistów" ('homoseksualizm jest niedopuszczalny, a zatem jest zboczeniem'). W obu wersjach — logicznie przecież sobie równoważnych — to jest taka sama bzdura.

[31]Russell, dz. cyt., ss. 79–80.

Jego wyliczanka nie ma żadnej mocy. Powołanie się Russella na osobiste doświadczenie, jakoby nie doświadczał on w introspekcji żadnych śladów własnej wolnej woli — ukazuje jedynie osobniczą osobliwość tego doświadczenia, obcą jak sądzę ogromnej większości ludzi[32].

Więcej racji ma Russell, kiedy krytykuje powiązanie teologicznego pojęcia duszy z psychologicznie rozumianą świadomością, umysłem czy osobowością. Chociaż wciąż nie wiemy do końca, czym jest umysł, wiemy jednak, że funkcje i dyspozycje, w których umysł się przejawia, są ugruntowane fizjologicznie. Nie wiemy do końca, czym jest świadomość, wiemy jednak, że umiejętność rozpoznawania doznań jako *swoich* doznań nie jest cechą wyłącznie ludzką (mają ją niektóre małpy, delfiny a nawet słonie); i ona zresztą ma swoją lokalizację w mózgu. Nie wiemy wreszcie do końca, jaka jest natura osobowości: sumy naszych nawyków, predyspozycji, wspomnień i pragnień; nie wiemy w szczególności, jak wiele z nich dziedziczymy po przodkach, a ile powstaje w nas w kontakcie ze światem; wiemy jednak, że jest to dość luźny konglomerat, zmieniający się w czasie, powoli, ale nieubłaganie: dawne predyspozycje stają się tylko wspomnieniami, pragnienia — nawykami, a wszystko to słabnie i zanika z czasem, często na wiele lat przed fizyczną śmiercią naszych organizmów. Zaprawdę trudno sobie wyobrazić, by to właśnie było duszą nieśmiertelną. Pokazuje to — po raz kolejny — że prawda, którą głosi teologia, nie zawsze jest łatwo dostępna dla wyobraźni. Taki stan rzeczy nie przeciwstawia jednak teologii nauce; przeciwnie — nauka może nam posłużyć za narzędzie do wysublimowania właściwego obrazu, a więc zostać sojusznikiem i partnerem teologii. I sama nauka zresztą stawia nas przed problemami wykraczającymi poza intuicyjną zdolność pojmowania: fizyka

[32]Russell, dz. cyt., s. 103. Skądinąd pewne fakty w jego biografii (uczciwie przez niego samego zrelacjonowane) zdają się potwierdzać, że ta deklaracja jest szczera i że Russell w pewnych okresach życia istotnie postępował tak, jakby był bezwolnym manekinem w mocy pojawiających się nie wiadomo skąd zachceń i porywów — dotyczy to zwłaszcza jego życia erotycznego. Zob. Russell, *Autobiografia 1872–1914*, Warszawa 1971.

relatywistyczna, czy mechanika kwantowa stanowią wciąż wielkie wyzwanie dla filozofii, a zwłaszcza dla wyobraźni[33].

Ostatecznie morał jest taki: teologowie powinni pamiętać, że „osobowość" jest słowem dwuznacznym. Co innego znaczy w psychologii, co innego musi znaczyć w teologii. Znaczenie psychologiczne eksploatujemy wtedy, kiedy mówimy o osobowości w potocznych kontekstach: osobowość introwertyczna, ekstrawertyczna, silna, słaba, bogata, nieskomplikowana — oto typowe określenia. Osobowość psychologiczna ugruntowana jest w ciele — w mózgu przede wszystkim, ale i w gruczołach, w krążeniu i w dobrym trawieniu. Osobowość teologiczna — dusza — to metafizyczna *haecceitas*, zasada indywiduacji. To wehikuł tożsamości człowieka między śmiercią ciała a zmartwychwstaniem. Jak powiedzieliśmy wyżej, tak rozumianej duszy przysługuje „cielesność" jako pewnego rodzaju świadomość ciała — bez ciała. Może się w tym zawierać nie tylko poczucie własnych członków, o czym wspominaliśmy, ale i jakieś bardziej wyrafinowane funkcje ciała; w tym intelektualne zdolności mózgu. Jak wiele jednak z naszej psychologicznej osobowości przetrwa w nas do dnia Sądu, tego nie wiemy. I szczerze mówiąc, nie sądzę, żeby przetrwało dużo. Katechizm jako przymioty duszy wymienia otwartość na prawdę i piękno, zmysł moralny, wolność, sumienie, dążenie do nieskończoności i szczęścia — z domniemaniem, że są to przymioty właściwe tylko człowiekowi. Można do tego dodać parę ważnych cech, które dzielimy z niektórymi zwierzętami, a które też w owym pakiecie „cielesności" duszy powinny znaleźć swoją reprezentację — świadomość, pamięć, zdolność rozumowania. A także to, co dzielimy z samym Bogiem, dzięki czemu jesteśmy Jego obrazem (oby podobnym): zdolność do miłości. Ale nie będzie tam raczej tego, że lubimy kolor zielony i długie spacery, jak zdają się wierzyć ci, którzy pojmują raj na obraz szczęśliwego ogrodu, w którym przez wieczność będziemy mogli robić to, co najbardziej lubimy tym świecie. Musimy się z tym pogo-

[33]Tylko chciejstwo przemawia przez Russella, kiedy wbrew oczywistości twierdzi, że „[współczesne] procedury fizyki teoretycznej znacznie lepiej harmonizują z postulatami naukowej filozofii" Russell, *Religia i* nauka, s. 80.

dzić, że tak jak ciało nasze się zmienia nieustannie i w zaświatach nie będzie tą zbiorowością atomów, którą jest w pewnej chwili, gdy się akurat nad tym zastanawiamy — choćby dlatego, że jeszcze w trakcie naszego życia wiele z tych atomów opuści nasze ciało i zostanie wbudowanych w inne ciała — tak i nasza osobowość psychologiczna się zmienia. Nie mamy jednej, „naszej" osobowości przez cały czas trwania naszego życia.

Zresztą, nawet gdybyśmy ją mieli, nie wpuściliby nas z nią do raju. Chrystus wzywa nas, byśmy wciąż próbowali porzucić tę osobowość, którą akurat mamy. Mamy utracić nasze życie, by zyskać życie wieczne. Zrezygnować ze swoich pragnień i upodobań. W pewnym sensie byłoby dla nas najlepiej, gdybyśmy ich w ogóle nie mieli. Żeby osiągnąć życie wieczne, musimy wyrzec się swojej osobowości; odrzucić ją i przyjąć tę, którą da nam Jezus. W tym sensie dla każdego byłoby najlepiej po prostu umrzeć zaraz po urodzeniu lub pozostawać całe życie w stanie głębokiego upośledzenia. Nie bez kozery szaleńców przez wieki nazywano świętymi. Zmarłe niemowlęta i ludzie niespełna rozumu mają już zbawienie w kieszeni. I tylko przez słabość naszej wiary nie chcielibyśmy się z nimi zamienić.

Nie jest to jednak podstawa do tego, by porzucić przekonanie, że życie na tym świecie jest jedynie przygotowaniem do życia na tamtym, jak poucza Kościół[34]. Bóg chce, żebyśmy kochali Go z wolnej i nieprzymuszonej woli. Gdyby wszyscy pomarli bezmyślnie i bezwolnie, jako dzieci czy szaleńcy, to ucierpiałby Boży plan. Nic złego się nie dzieje, jeżeli mrą tak tylko niektórzy. Umarłych „niewinnych" Bóg zbawia i tak — napełnia ich tą miłością, której „nie zdążyli" Mu ofiarować sami. My jednak, którym nie była dana łaska śmierci w nieświadomości, jesteśmy wezwani do tego, by odpowiedzieć Bogu swoją wolną decyzją i dopiero za tę „zasługę" zostać zbawionym. Nas Bóg nie napełnia miłością do siebie, tylko prosi, byśmy tę miłość

[34] Słabnięcie tego przekonania, które odnotowuje Russell (dz. cyt., s. 85), nie ma nic wspólnego ani z rozpowszechnieniem się wyżej opisanej, dość mało imponującej wizji osobowości — nie jest to bowiem wizja rozpowszechniona — ani też z przekonaniami naukowymi, jak zdaje się on sądzić. Jeśli już — to ze zdobyczami techniki, które ugruntowują w ludziach wiarę, jakże naiwną, że są oni panami własnego losu.

wzbudzili w sobie sami. Dlatego tym większą radość sprawimy Bogu — jeżeli ofiarujemy Mu swoją miłość — im głębiej uświadomimy sobie swoją wolność. Do tego zaś potrzeba bogatego doświadczenia życiowego. A ponieważ Bóg nie chciał, żebyśmy byli miotani tylko między wezwaniem Jego a pokusą Szatana, dał nam neutralną naturę, która sama nie jest ani dobra, ani zła. Zawiera ona elementy, dzięki którym możemy się wznieść do miłości Boga, ale i takie, przez które możemy stoczyć się w otchłań. Oto właśnie psychologiczna osobowość, która daje nam neutralny aksjologicznie motor działania, jako podstawę naszej wolności.

Życie jako przygotowanie powinniśmy więc rozumieć tak właśnie: jako ćwiczenie wolności, by tym potężniej brzmiało nasze „tak". Kiedy już wypowiemy to „tak" i pieczęć na nim położy nasza śmierć, ziemska osobowość nie będzie nam więcej potrzebna. Dlatego też teologia nie powinna obawiać się — a tym bardziej zgłaszać sprzeciwów — gdy nauki biologiczne (w tym tzw. socjobiologia) coraz śmielej próbują na swój sposób wyjaśniać ludzką psychikę i ludzkie zachowanie. To są badania tylko tego neutralnego podłoża. Nie sięgają one i sięgnąć nie mogą do naszej prawdziwej osobowości, której jeszcze nie mamy, która czeka na nas dopiero w przyszłym życiu.

* * *

Przejdźmy teraz do omówienia ostatniego kierunku ataku, jaki przypuszczają na religię jej przeciwnicy — ataku kwestionującego aksjologiczny wymiar religii. Wielu z owych przeciwników mianowicie, choć rzecz jasna nie wszyscy, zajmuje stanowisko tzw. subiektywizmu etycznego (o emotywistycznym zabarwieniu). Po raz kolejny po wzorcowe, szczególnie dobitne sformułowanie zwróćmy się do Russella. Jego zdaniem „gdy mówimy, że to a to ma ‘wartość’, wyrażamy własne emocje, nie zaś fakt, który pozostałby prawdą także wtedy, gdyby nasze osobiste uczucia były inne" oraz „gdy dwaj ludzie różnią się w opiniach dotyczących wartości, nie ma między nimi różnicy zdań w kwestii prawdy, jest tylko różnica smaku"[35]. O stanowisku tym

[35] Russell, dz. cyt., ss. 142, 147.

Russell twierdzi, że jest ono nie do pogodzenia z teologią (w szczególności np. wyklucza istnienie grzechu w jakimkolwiek absolutnym sensie tego słowa), natomiast harmonizuje z duchem nauki — przez to, po pierwsze, że odmawia istnienia takim „nienaukowym” bytom jak wartości czy normy, oraz przez to, po drugie, że nauka przemawia przeciwko stanowiskom konkurencyjnym.

Uważam, że stanowisko takie jest (a) trudne do utrzymania z niezależnych od nauki i religii powodów oraz (b) współczesna nauka nie tylko nie przemawia przeciwko stanowiskom konkurencyjnym, ale wyraźnie je wspiera. Pełne uzasadnienie tych punktów wymagałoby napisania odrębnego traktatu, tutaj więc ograniczę się jedynie do naszkicowania linii argumentacyjnej.

Ad (a). Wobec stanowiska subiektywizmu wysuwano często zarzut taki, że jest ono niemoralne, w szczególności prowadzi do erozji przekonań moralnych zajmujących to stanowisko ludzi. Jego zwolennicy bronią się przed tym zarzutem — i obrona ta ma za sobą pewną rację — że nie istnieje *logiczne* przełożenie uznawanej przez kogoś tezy o pochodzeniu norm moralnych (a tak należałoby zaklasyfikować stanowisko subiektywizmu) na osobistą moralność tego kogoś. Przeciwko tej obronie można jednak też wysunąć poważną obiekcję. Otóż zachodzi oczywista i bardzo silna prawidłowość *psychologiczna*, zgodnie z którą sposób uzasadnienia przyjmowanej przez kogoś moralności ma istotny wpływ na wytrwałość i determinację jego postępowania. Trzeba sobie tu jednak powiedzieć otwarcie, że ani ten zarzut, ani ta obrona nie mają większego znaczenia, nie można bowiem o prawdzie lub fałszu jakiegoś stanowiska orzekać na podstawie tego, czy jest ono pożyteczne, czy szkodliwe. Ma natomiast znaczenie to, że subiektywizm jest — by tak rzec — kompletnie nieadekwatny empirycznie w kwestii myślenia o wartościach czy psychologicznego mechanizmu wydawania sądów moralnych. Stawia on na równi kwestie moralne z kwestiami smaku i pożądania, co sprawia, że obraz moralności proponowany przez to stanowisko jest drastycznie różny od tego, jak ogromna większość ludzi moralność postrzega (pomijając już kwestię *prze*–strzegania norm moralnych). Subiektywizm mianowicie utożsamia zjawiska psychiczne, które są w sposób oczywisty (i bez trudności uchwytny, dodajmy, dla empirycznej psychologii) różne: wie o tym każdy, kto kiedykolwiek był w stanie odróżnić chętkę na coś z moralną oceną tego czegoś, kto kiedykolwiek zabraniał sobie czegoś, czego pożądał lub nakazywał sobie coś, na co wcale nie miał ochoty. Subiektywizm żąda też radykalnej reformy języka: „Karania nie można zatem uzasadniać tym — pisze Russell — że przestępca jest „niegodziwy", lecz tylko tym, że zachował się w taki sposób, od jakiego inni ludzie chcą wszystkich odstraszyć". Ponieważ zdaniem Russella osąd moralny to jedynie deklaracja pragnień i gustów, nie możemy nazywać „niegodziwym" seryjnego mordercy czy komendanta obozu koncentracyjnego; stwierdzić możemy jedynie, iż pragnął on czegoś innego, niż my byśmy sobie życzyli — zupełnie tak samo, jak sąsiad przy stole, który woli kawę, podczas kiedy my pijemy herbatę.

Russell nie przedstawia żadnego argumentu, który uzasadniałby te idące wbrew wszelkiej oczywistości posunięcia. Jego wywody na ten temat otwiera zdanie: „zacznijmy od spostrzeżenia, że cała idea dobra i zła wiąże się w pewien sposób z naszymi pragnieniami"[36]. Zdanie to wyraża w ogólnikowy sposób właśnie tezę subiektywizmu, jeżeli więc od tego „spostrzeżenia" mamy zacząć, nie ma po co dalej argumentować — to patentowane *petitio principii.* Z równym powodzeniem można dowodzić, że Lenin był inkarnacją Buddy, jeżeli zaczniemy od „spostrzeżenia", że idea pochodzenia Lenina od Buddy wiąże się w pewien sposób z inkarnacją.

Ad (b). Alternatywą wobec subiektywizmu są różne formy obiektywizmu (o zabarwieniu intuicjonistycznym). Będą wśród nich tezy głoszące obiektywne istnienie wartości i norm lub przynajmniej postulujące istnienie swoistego zmysłu moralnego (intuicji). Obraz, który się z tych form wyłania[37], odpowiada mniej więcej praktyce dokonywania osądu moralnego (respektuje w szczególności różnicę między takim osądem a deklaracją woli czy ochoty) a ponadto — wbrew Russellowi,

---

[36]Russell, dz. cyt., s. 142.

[37]Za jedną z nich opowiadam się w M. Tałasiewicz, „Dwa szkice aksjologiczne", [w:] W. Strawiński et al. (red.), *Myśli o języku, nauce i wartościach*, Warszawa 2006.

a w myśl poglądów Mariana Przełęckiego[38] — przypomina badania naukowe rzeczywistości fizycznej. Badania takie również opierają się na zdrowym rozsądku wspólnoty uczonych i na indywidualnym wysiłku jednostek (który wszakże musi harmonizować ze standardami wspólnoty i podlega jej ocenie); muszą też w zadawalający sposób wyjaśniać fakty i zjawiska powierzchniowe obserwowane przez wszystkich (ale nie ułomnych) ludzi.

Przeciwko temu stanowisku — czy tej grupie stanowisk — podnosi się w zasadzie tylko jedną okoliczność: w sądach moralnych ludzie są znacznie mniej zgodni niż w twierdzeniach na temat rzeczywistości fizycznej. To trafny zarzut, ale wbrew temu, co się zazwyczaj głosi (głosi to np. Russell[39]), nie jest to zarzut dyskwalifikujący i w żadnym razie nie dowodzi, że zmysł wartości nie istnieje. Można bowiem pokusić się o wytłumaczenie tej różnicy.

Zauważmy najpierw, że najczęściej różnimy się w ocenach dotyczących **potencjalnych** czynów, lub czynów wziętych *in abstracto*, a jeśli nawet konkretnych, to oglądanych z odległej perspektywy, z której tylko typowe elementy są widoczne. W pytaniu ‘co byś zrobił, gdyby to czy tamto’[40] — owo „to czy tamto”, stanowiące warunek początkowy predykcji, jest dramatycznie uboższe niż rzeczywiste okoliczności dokonywania ocenianych czynów, zarówno jeśli chodzi o dane o motywach czynu, jak i o jego konsekwencjach. I bardzo często spór rozpoczyna się nie od różnic w bezpośrednim doświadczeniu wartości, lecz właśnie wskutek odmiennego domniemania motywów i przyjęcia innego oszacowania skutków danego czynu. Nie musi to świadczyć o braku wspólnych danych aksjologicznych (a co za tym idzie o braku owego zmysłu wartości, który ich dostarcza), a może na przykład o tym jedynie, że mechanizmy uogólniania sądów i wyprowadzania predykcji są w nauce daleko lepiej ugruntowane niż w etyce. Niezależnym argumentem na rzecz takiej właśnie interpretacji owej

[38] Por. M. Przełęcki, *Poza granicami nauki*, Warszawa 1996.

[39] Russell, dz. cyt., s. 147.

[40] Wszelkie ‘testy przekonań moralnych’ — takie jak harvardzki Moral Sense Test (http://moral.wjh.harvard.edu/index.html) — mają taki właśnie charakter.

rozbieżności jest to, że nauka znana jest z dbałości o metodologiczną czystość i tylko fakty należące do danej dziedziny dopuszcza jako podstawę uogólnień teoretycznych; tymczasem uczestnicy dyskursu moralnego poczytują sobie wręcz za zasługę, jeżeli zdołają do uzasadnień etycznych domieszać na przykład argumenty estetyczne (wciąż słyszymy powtarzane z aprobatą Herbertowskie *dictum*, że to czy tamto 'jest kwestią smaku') lub dywagacje o społecznej użyteczności, lub szkodliwości pewnych wzorców postępowania.

Pewne formy zakłóceń właściwych dla etyki w znacznie większym stopniu niż dla nauki niewątpliwie wypaczają także te bezpośrednie doświadczenia. Zwolennik obiektywizmu uważa, że wartości nie są emocjami, nie może jednak przeczyć oczywistemu faktowi, że spory etyczne bywają emocjonalnie uwarunkowane[41]. Różnić się zatem możemy nie dlatego, że nasz zmysł moralny podsuwa nam różne oceny, albo że w ogóle nie mamy zmysłu moralnego, lecz dlatego, że nader często zagłuszamy go, poddając się podziwowi lub niechęci, chcąc komuś pomóc lub komuś zaszkodzić. Dlatego, że najpierw poddajemy się emocjom, a potem szukamy dla nich moralnego usprawiedliwienia. Tak bywa — tak bywa bardzo często. Ale w nie większym stopniu świadczy to przeciwko istnieniu zmysłu wartości niż oszustwa naukowe przeciwko istnieniu oczu i uszu.

Przede wszystkim jednak bezpośrednie doświadczenie moralne różni się od doświadczenia właściwego naukom empirycznym tym, że układ, w którym doświadczenie się dokonuje, nie jest jednorodny. Tylko częścią tego układu są badane wartości; inną częścią zaś stany umysłu osób podlegających ocenie moralnej. To, jak oceniamy dany czyn, zależy przecież nie tylko od obiektywnych wartości, ale i od tego, co sprawca tego czynu chciał osiągnąć, co wiedział o alternatywnych możliwościach i jak wyobrażał sobie skutki swojego działania. Całkowicie bezpośrednio oceniać moralnie możemy tylko własne

[41]To jasne, że zakłócający wpływ na wydawane przez nas oceny moralne mają nasze emocje związane z ocenianym zdarzeniem lub nasz własny interes (zjawisko to nosi nazwę hipokryzji, moralności Kalego czy też po prostu — zakłamania). Nie można jednak utożsamiać zakłóceń oceny ze źródłem tej oceny.

czyny, tylko do własnego umysłu mając bezpośredni, introspekcyjny dostęp. Ocena cudzego postępowania zawsze jest już w jakimś stopniu niebezpośrednia i dlatego Jezus napomina nas: „Nie sądźcie, abyście nie byli sądzeni". Wbrew temu napomnieniu sądzimy innych, mniemamy bowiem, że wolno nam niekiedy przyjąć motywację i wiedzę innego człowieka za dane. Nie jest to całkiem bezpodstawne mniemanie, oczywiście. Wspominaliśmy już o ludzkiej zdolności do empatii, czyli rozpoznawania cudzych uczuć. Także cudze motywy i przekonania nie są przed nami zupełnie zakryte. Jest to jednak bardzo pośrednia wiedza i niepewna. Także tutaj zatem — a może przede wszystkim tutaj — leży źródło rozbieżności w ocenach moralnych między ludźmi. Kiedy dwie różne osoby oceniają ten sam czyn, dla co najmniej jednej z nich jest to ocena przynajmniej częściowo nie bezpośrednia, lecz zapośredniczona przez domniemanie cudzych stanów umysłu. Nawet jeśli wartości „widzimy" tak samo, oceny czynów mogą wypaść odmiennie, jeżeli odmiennych motywów doszukiwać się będziemy u sprawców: kiedy dwóch patrzy na ten sam czyn, co innego *de facto* widzą. Takiego rozdwojenia nie ma w postrzeżeniu rzeczywistości fizycznej. Koń, jaki jest, każdy widzi (mniej więcej) tak samo.

Tyle na temat zarzutów pod adresem tezy o istnieniu zmysłu moralnego. Nie musimy wszakże ograniczać się do zbijania zarzutów. Dysponujemy bowiem dzisiaj argumentem pozytywnym, że taki zmysł istnieje. Otóż ośrodek zmysłu moralnego, różny od wszelkich znanych ośrodków emocji i pożądań, po prostu został zlokalizowany w mózgu, podobnie jak inne, „zwyczajne" zmysły[42]. Wiadomo dzisiaj, że ludzie z uszkodzonymi pewnymi obszarami kory, nie są w stanie odróżnić dobra od zła; nie rozumieją w ogóle rozróżnień moralnych, co nie przeszkadza im wcale kierować się gustami czy pragnieniami[43]. W tym miejscu nauka dzisiejsza — nauka, z którą Russell wiązał

[42]Badaniami ewolucji tego zmysłu zajmuje się np. profesor psychologii, biologii ewolucyjnej i antropologii w Uniwersytecie Harvarda Marc Hauser, por. <http://www.wjh.harvard.edu/~mnkylab/HauserBio.html>.

[43]Spośród takich ludzi rekrutują się najgroźniejsi, pozbawieni zahamowań i zupełnie niepoddający się resocjalizacji przestępcy — choć trudno powiedzieć, by było to ich winą w jakimkolwiek sensie.

tak wielkie nadzieje światopoglądowe — zadaje kłam jednemu z jego ważnych twierdzeń.

Mamy więc zmysł wartości i mamy jakąś — zagłuszoną często i podatną na różnice kulturowe — naturalną moralność. Zmysł wartości jest ważny z punktu widzenia teologii. Bóg bowiem poucza nas o dobru i złu; musimy więc mieć uszy, by słuchać tego pouczenia. Musimy mieć aksjologiczne pojęcie dobra i zła, niezależne od popędów i zachceń, by rozumieć, o co Panu Bogu chodzi, kiedy mówi nam On, co jest dobre, a co złe. Natomiast naturalna moralność (skądinąd — jak widzieliśmy — szczególnie mocno kwestionowana) jest raczej pewnym zagrożeniem dla teologii. Moralność ta — rozumiana jako zespół skłonności do wydawania takich, a nie innych ocen moralnych — nie może być bowiem utożsamiana z moralnością chrześcijańską, która opiera się na Objawieniu (i której nie da się wyprowadzić z naturalnego poczucia wartości).

Utożsamienia takiego dokonują zwolennicy światopoglądu „naukowego" (i dlatego sądzą, że atakując naturalną moralność, dosięgną wiary religijnej), dokonują go też jednak, niestety, niektórzy współcześni obrońcy wiary, którzy za wszelką cenę poszukują dowodu na istnienie Boga. Zniechęceni trudnościami w wyzyskaniu do tego celu konstrukcji fizycznej świata, zwracają się właśnie ku owej wspólnej dla wszystkich ludzi moralności naturalnej. Piotr Lenartowicz na przykład pisze tak: „religijność 'odcedzona' (wyidealizowana), u plemion 'dzikich' i 'oswojonych', u chrześcijan i niechrześcijan, jest bardzo podobna [...], wręcz identyczna. Niezależnie od epoki historycznej, kontekstu kulturowego, niezależnie od strefy geograficznej religia zawiera ważne, fundamentalne identyczności. [...] Prawdomówność, Sprawiedliwość, Bezinteresowną Dobroć, Pomoc Słabszym, Wspaniałomyślność, Męstwo, Hojność... itp. można znaleźć w opisach i wymaganiach Najwyższego Bóstwa u większości plemion człowieka na Ziemi"[44].

Próby ugruntowania religii w moralności naturalnej wypływają z tego samego źródła psychologicznego, co poszukiwanie fizycznego

[44]Lenartowicz, „Wiedza przyrodnicza — nauka — religia a spór pomiędzy monizmem i pluralizmem bytowym", *Filozofia Nauki* 1/06, ss. 71–72.

Pierwszego Poruszyciela, i są poniekąd zrozumiałe. Są jednak chybione i przez to groźne, bo (nieuchronna) porażka na tym polu służy często — jak widzieliśmy — za motyw ataku na wiarę. Chybione są zaś nie dlatego, że nie istnieje moralność naturalna, lecz dlatego, że moralność chrześcijańska nie jest moralnością naturalną. Nie znajdziemy jej w sobie bez wsparcia Objawienia.

Regularności czy uniwersalia wskazywane przez Lenartowicza rzeczywiście istnieją i można się ich dopatrzyć w różnych kulturach i religiach. Można jednak dopatrzyć się równie uniwersalnych podłości i równie uniwersalnego zła; zresztą z tymi uniwersaliami jest jak z uniwersaliami w języku, rzeczywiście spotyka się je w rozmaitych miejscach, ale bynajmniej nie wszędzie wszystkie[45]. Co więcej, regularności takie można wyjaśniać na przykład socjobiologicznie, co — znowu! – czyni Boga zbędnym w roli hipotezy wyjaśniającej[46]. Zgoda, nawet wtedy nie są one bez wartości dla teologii — w naturze ludzkiej muszą istnieć punkty zaczepienia dla wiary; psychologiczne mechanizmy, które mogą być wykorzystane przez Boga jako wrota do ludzkiej duszy. Są to jednak tylko mechanizmy — podobnie istnieją *quasi*–uniwersalne wrota dla zła: pycha, chciwość, zazdrość, nieczystość, gniew, lenistwo, obżarstwo...

Najważniejsze jest jednak to, że te naturalne regularności są tylko rzekomo „fundamentalne”. Największe ze wszystkich przykazań Boga, przykazanie naprawdę fundamentalne — przykazanie, by kochać każdego, kto się nawinie — **nie jest** naturalne. W moralności naturalnej te wszystkie „dobre” wymagania są albo ograniczone do jakichś grup (lojalność plemienna etc.) albo są także przydatne w walce — i mogą być po prostu ewolucyjnymi przystosowaniami. Uzupełniane są zaś jakże często instytucją rodowej zemsty czy przepisami na świętą wojnę z obcymi. Miłość chrześcijańska jest tymczasem totalna. Jezus każe miłować nawet nieprzyjaciół, zło nakazuje zwyciężać dobrem,

---

[45]Zob. np. Jean Aitchison, *Ziarna mowy*, PIW, Warszawa 2002.

[46]Dlatego wielu apologetów nie cierpi socjobiologii bardziej niż samego neodarwinizmu; choć w samej tej nauce nie ma nic złego. Zło czai się, jak zwykle, w (nad)interpretacji. Bóg wcale nie chce być hipotezą wyjaśniającą.

a robotnikowi, który pracował zaledwie godzinę, każe zapłacić tyle samo, co temu, który pracował cały dzień. To wszystko nie jest naturalne. (Kto nie widzi różnicy, niech spróbuje tak płacić fachowcom na budowie.)

Oczywiście, jak zwracał uwagę Lewis, w innych religiach możemy znaleźć przebłyski prawdy objawionej. Bóg być może objawiał jakieś fragmenty ‘dzikim’ prorokom, żeby wprowadzone po cichu treści przygotowały grunt pod zasiew Ewangelii. Ale nie możemy tu się spodziewać żadnej regularności, bo niby dlaczego Bóg miałby stosować jakąś regularność w tych podszeptach? Regularność, którą obserwujemy, to nasza natura ludzka, która — *ceteram censeo* — jako całość jest i musi być religijnie neutralna (tu akurat koncentrujemy się po prostu na tych jej aspektach, które są niejako „religiofilne”). Można i należy ją badać metodami nauki: psychologii, neurobiologii, socjologii czy nawet socjobiologii.

* * *

Reasumując — niespójność pomiędzy obrazami świata dostarczanymi przez teologię z jednej, a nauki przyrodnicze z drugiej strony, niekiedy rzucająca się w oczy, a często wykorzystywana do dyskredytacji religii jako przesądu niegodnego nowoczesnych umysłów, jest w moim przekonaniu niespójnością jedynie *wyobrażeń*, za pomocą których staramy się przybliżyć sobie głębokie i trudne do pojęciowego uchwycenia problemy, a nie — rzeczywistej treści twierdzeń tych dyscyplin.

Prawdziwa nauka i prawdziwa religia nie były nigdy i nie są w konflikcie — bo nie mogą być. Największe umysły nowożytnej nauki bynajmniej nie dostrzegały sprzeczności między prowadzonymi przez siebie badaniami a wyznawaną wiarą. Sam Newton był człowiekiem głęboko religijnym, a fizykę uważał za gałąź racjonalnie uprawianej teologii. Również współcześnie echa podobnego poglądu pobrzmiewają na przykład w filozoficznych komentarzach Einsteina. W gruncie rzeczy chyba nie może być inaczej: w oczach człowieka wierzącego fizyka — i cała nauka w ogóle — naprawdę jest częścią bardzo ogólnie rozumianej teologii: poświęcona jest badaniu stworzenia Bożego. (Sens pojęcia teologii, o który tu chodzi, wykracza oczywiście daleko poza zwyczajowe rozumienie tego pojęcia, ugruntowane w strukturze wydziałów akademii teologicznych.) Takie ujęcie może przy tym doskonale współegzystować z wizją nauki, jaką mają niewierzący. Nie zmienia ono w nauce ani przecinka, ani joty, by użyć nowotestamentowej przenośni, ani jednej metody (poza wykluczeniem badań niemoralnych). Wierzący może postrzegać naukę dokładnie tak samo, jak niewierzący — zarazem mając ją za gałąź ogólnej teologii. W szczególności wierzący może i powinien być naturalistą metodologicznym[47]. Bóg jest w nauce obecny nie jako wypełniacz dziur w naszych teoriach — co słusznie było i jest wyśmiewane — lecz jako Stwórca i Źródło tego, co badamy. Każdy uczony, a zwłaszcza wierzący, może i powinien powtarzać za Laplacem, że Bóg nie jest mu potrzebny jako hipoteza wyjaśniająca.

Nikt jednak nie powinien — choć wielu to robi, jak Russell czy Dawkins — przekonywać laików, że wiedza naukowa jakoby nie pozostawiała miejsca dla Boga. Tym miejscem po prostu nie są jakieś „dziury na Pana Boga”, tylko całość nauki. Bóg nie działa wtedy, kiedy nie potrafimy znaleźć odpowiedniej prawidłowości. Bóg działa głównie poprzez prawidłowości. Prawa przyrody — prawo grawitacji, prawo Coulomba, prawo równoważności materii i energii czy nawet ewolucyjne „prawo dżungli” — to są prawa Boże, które możemy odkrywać światłem naszego rozumu. Nie trzeba tego tak widzieć, ale można to tak widzieć i żadne nowe prawo, żadne nowe odkrycie, żadna nowa porcja wiedzy, którą naukowcy zgromadzą, tej możliwości nie podważy.

[47]Zob. na ten temat M. Tałasiewicz, „Naturalizm ontologiczny a naturalizm metodologiczny”, *Przegląd Filozoficzno–Literacki* 2/2007, ss. 403–408.

Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLIV (2009)

NIEOSTATECZNE BADANIE OSTATECZNYCH ROZWIĄZAŃ

◇ Michał Heller, *Ostateczne wyjaśnienia Wszechświata*, UNIVERSITAS, Kraków 2008, ss. 246.

Tytuł książki wskazuje na odwieczne, a zawsze aktualne, poszukiwanie wyjaśnień „tego wszystkiego", czym jest Wszechświat, czyli cała rzeczywistość, jaką możemy poznać naszymi zmysłami oraz badaniem naukowo-filozoficznym. Od początku filozofii szukanie takich wyjaśnień było domeną metafizyki, która często przyjmowała postać teologii naturalnej, a czasami nawet zwykłej teologii objawionej. Książka Michała Hellera jest na tle tych różnych poszukiwań pozycją o wyjątkowym znaczeniu. Jest to napój intelektualny o słynnej skądinąd formule, bo „wstrząśnięty, nie zmieszany", a na czym to polega, postaram się wyjaśnić w tej recenzji.

Szukanie ostatecznych wyjaśnień Wszechświata może być dokonywane na różnych płaszczyznach i w oparciu o różne postawy, zwłaszcza światopoglądowe. Jedni powiedzą, że tylko nauka może dać akceptowalne rozwiązania. Inni będą twierdzić, że nauka takimi sprawami nie zajmuje się, bo są zbyt ogólne, a z kolei wszelkie wykroczenie poza naukę to tylko fantastyczne dywagacje, które są bardziej obrazą dla rozumu niż szukaniem prawdy. Jeszcze inni powiedzą, że nauka nic o tym nie wie, ale za to filozofia potrafi zrozumieć Wszechświat. Będą i tacy, którzy przejdą Wittgensteinowską kładką w postaci tezy „sens świata leży poza światem" jeszcze dalej, w kierunku teologii, i będą twierdzić, że tylko ona potrafi wyjaśnić Wszechświat — jego istnienie i jego sens. Nie braknie też takich, którzy będą próbować właśnie zmieszać to wszystko i dać jakieś gnostyckie wszechrozwiązanie, które w istocie nie będzie ani smaczne, ani zdrowe dla umysłu.

Książka Hellera, powiedzmy to tak, wstrząsa, ale nie miesza tych wszystkich podejść. Autor „Ostatecznych wyjaśnień Wszechświata" jest kosmologiem wysokiej klasy, zna więc naukę nie tylko „z pierwszej ręki", ale i „z pierwszego rzędu". To jednak nie wszystko, ponieważ jest także dobrym metodologiem, znającym metodologię w teorii i potrafiącym korzystać z niej w praktyce. Dotyczy to nie tylko wewnętrznej metodologii fizyki, bo przecież trudno wyobrazić sobie fizyka, który by jej nie stosował (choć teorii znać nie musi), ale także metodologii dyskusji, w które fizyka (kosmologia) jest zaangażowana. Taka świadomość metodologiczna nie jest ani konieczna do uprawiania dobrej fizyki, ani wśród fizyków zbyt powszechna. Wreszcie Heller jest teologiem, dobrym znawcą filozofii i teologii klasycznej oraz czytelnikiem wielu prac współczesnych. Odnosi się wrażenie, że w dziedzinie teologii przypisuje sobie nieco mniej kompetencji i dlatego tutaj szczególnie wyraźnie odwołuje się do konkretnych autorów i prac. Może to być też spowodowane nowatorstwem jego podejścia na tle teologii rozwijanej w Polsce. Tak czy inaczej, taki sposób podejścia do zagadnień teologicznych zwiększa tylko wiarygodność autora, który w bardziej subtelnych i spornych kwestiach jeszcze mocniej dba o rzetelność przytaczanych argumentów czy raczej wskazanie ich źródeł. Trzeba powiedzieć, że książka Hellera obok wielu zalet czysto naukowych, filozoficznych i światopoglądowych jest doskonałym przykładem porządnej sztuki argumentacji, której nigdy dość, zwłaszcza w naszych czasach.

Tytuł książki ujęty jest w liczbę mnogą, ponieważ, co podkreśla autor, nie istnieje jeszcze jedno, powszechnie uznane, ostateczne wyjaśnienie Wszechświata i raczej mało jest możliwe, aby takie się kiedyś pojawiło. Ci, którzy chcieliby takie wyjaśnienie znaleźć w prezentowanej książce, będą zawiedzeni, ale jeśli przezwyciężą swój zawód i przeczytają do końca, będą hojnie wynagrodzeni. Kontakt z prawdziwą nauką jest o wiele ciekawszy i inspirujący niż zajmowanie się jakimiś fantazjami, które znajdują poparcie zamiast w rozumie to w jakichś ciemnych zakamarkach ludzkiego umysłu.

Prezentowana praca okazuje się nie tak ascetyczna, jak można by się ewentualnie spodziewać po autorze, który uprawia naukę i jednocześnie stara się oceniać próby ostatecznych wyjaśnień. Książka zawiera bardzo szerokie podejście do rozważanego tematu. Jest kilka tego powodów. Szukanie zrozumienia jest czymś trudno określonym. Czasami filozofowie upierali się przy tym, że nauka tylko opisuje, a zrozumienie daje filozofia. Jednak wytyczenie granic między opisem a rozumieniem jest trudne, a z punktu widzenia ewolucji nauki prawie niemożliwe. Wymieszanie kontekstu odkrycia i uzasadnienia, elastyczność i ewolucja metod naukowych czy powszechne posługiwanie się w nauce modelami, które zawsze zawierają elementy interpretacji, czyli już jakiegoś rozumienia, sprawiają, że w nauce z natury rzeczy zawarte jest jakieś rozumienie. Ponadto szukanie zrozumienia w tych sprawach, w których nauka ma tak wiele do powiedzenia, nie może się od niej separować.

Gdyby próbować nałożyć jakieś metodologiczne restrykcje na omawianą kwestię, to można by stwierdzić, że zrozumieniem Wszechświata mają się zajmować filozofowie. Ale kto jest takim filozofem? Też trudne pytanie. Filozofowie profesjonalni rzadko znają na tyle naukę, żeby ją w pełni wykorzystać w rozważaniach, w których nauka winna być wykorzystywana, ale za to fizycy nierzadko biorą się za filozofowanie. Czynią to z lepszą lub gorszą umiejętnością, nieraz nie mają dość biegłości, aby zadbać o spójność swoich poglądów filozoficznych i rzetelność argumentacji, która z logicznego punktu widzenia jest nieraz o wiele bardziej skomplikowana niż metodologia fizyki (choć i ona ma swoje własne komplikacje, których rozwiązanie nierzadko wymaga prawdziwego geniuszu). Jednak często są oni dobrymi i bardzo twórczymi filozofami (czasami nie muszą być zbyt twórczy, bo sama nauka podsuwa nowe pomysły), a nawet jak się mylą, warto z nimi podjąć dyskusję. W ogóle słuszne jest, żeby nie zamykać się w kręgu swoich myśli i swoich autorów, ale sięgać po więcej i bronić się przed zbyt łatwym machnięciem ręką na kogoś z tego powodu, że z czymś się nie zgadzamy.

Warto przypomnieć powiedzenie Bocheńskiego o Sartrze, które brzmiało mniej więcej tak: „Jeżeli Sartre się mylił, to mylił się na poziomie niedostępnym dla wielu”. Podobnie może być z uczonymi, którzy próbują wyciągać filozoficzne wnioski z wyników naukowych, a nawet koncentrują się na pewnych teoriach, żeby wesprzeć swoje przesadzone nieraz tezy filozoficzne. Czasami jednak nawet błędne pomysły filozofujących fizyków mogą być ciekawsze i bardziej pożyteczne niż skrzętnie chronione przed błędami, ale mało ciekawe, tezy dobrze wyuczonych filozofów. Napisałem „czasami”, bo oczywiście profesjonalna filozofia jest cennym i niezbywalnym elementem kultury, do której należy też nauka.

Z tego, co wyżej napisałem, można by wnioskować, że nierzadko uczeni nie potrafią narzucić sobie samodyscypliny, żeby trzymać się swojej dziedziny i swoich kompetencji ulegając jednemu z tzw. praw Murphiego, które powiada, że każdy dąży do osiągnięcia własnego szczebla niekompetencji. Coś w tym może być, ale o wiele bardziej wydaje się, że po prostu nauka stawia nowe pytania filozoficzne i ktoś musi się nimi zająć, a w większości przypadków, na początku, pytania te potrafią postawić i zrozumieć tylko uczeni. Dopiero potem niektórzy inni badacze. Te ogólne refleksje odnoszą się do ważnego dla zrozumienia świata zjawiska filozofujących fizyków, natomiast autor „Ostatecznych wyjaśnień” jest kompetentny i w nauce, i w filozofii, co dodatkowo podnosi wartość jego rozważań.

Teraz kilka słów na temat treści książki i jej układu. Pierwszy rozdział jest właściwie wprowadzeniem w zagadnienie i prezentuje główne tematy zawarte w książce, jest jednocześnie ważnym wstępem do metodologii samej fizyki, jak i dyskursu, który będzie prowadził autor. Pierwsza część książki nosi tytuł „Modele" i traktuje o modelach kosmologicznych, skupiając się, zgodnie z tytułem książki, na tych elementach owych modeli, które mają związek z ostatecznymi wyjaśnieniami. Najpierw poznajemy kłopoty z wiecznością Wszechświata w starej filozofii, potem u Newtona, w termodynamice klasycznej i u Einsteina. Następnie wszechświat cykliczny i problem zapętlonego czasu, który pojawił się w pewnych rozwiązaniach równań Einsteina, teoria stanu stacjonarnego i próby znalezienia kwantowego opisu powstania wszechświata.

Druga część poświęcona jest modnym sporom o zasadę antropiczną i tzw. wieloświaty. Tutaj mamy już więcej analizy filozoficzno-metodologicznej, gdyż w tych zagadnieniach autorzy nierzadko wyżej cenią sobie oryginalność i możliwość zaszokowania czytelników aniżeli dbałość o poprawne (choćby redukcyjnie) argumentowanie swoich pomysłów. Trzecia część jest najbardziej światopoglądowa i dotyczy kwestii stworzenia wszechświata. Wbrew oczekiwaniom lub obawom wielu (nieznających za dobrze autora) czytelników, nie jest to próba pogodzenia tez teologicznych z wynikami nauk szczegółowych, ale spokojna, lecz wielostronna i bardzo ciekawa analiza pomysłów i sporów dotyczących właśnie pogodzenia teologicznego i racjonalnego przekonania o pochodzeniu wszystkiego, co nazywamy wszechświatem (bo samo pojęcie wszechświata bywa nad wyraz rozmyte). Poznajemy ideę stworzenia w Starym Testamencie, u Greków i chrześcijan. Heller sięga do literatury patrystycznej, scholastycznej, pism Newtona i Leibniza, a także do współczesnych prac z egzegezy biblijnej (szczególnie tych mniej znanych z obszaru języka angielskiego). Patrzy na to wszystko zimnym okiem uczonego, a jednocześnie z fascynacją poszukiwacza prawdy i postępu w dochodzeniu do niej.

Chcę zwrócić uwagę na ciekawe i wykorzystujące kompetencje autora podejście do dawnych tekstów. Otóż próbuje on odgadnąć atmosferę czasów, o których pisze, a szczególnie sposób myślenia tamtych ludzi, szczególnie dotyczy to ludzi średniowiecza. Jednak równocześnie stara się popatrzeć na ich poglądy z punktu widzenia współczesnej wiedzy, która wówczas już była (w mniejszym lub większym stopniu) znana, logiki i matematyki. Dziedziny te były w pewnych fragmentach o wiele bardziej rozwinięte niż się nam wydaje i porównywanie ich z wiedzą dzisiejszą jest sensowne i odkrywcze. Ilu jednak badaczy filozofii średniowiecznej zna również dobrze współczesną logikę i matematykę? Na pewno nieliczni. Autor nasz nie porównuje średniowiecznych pomysłów z kosmologią współczesną, bo ta jest czymś zupełnie nowym i byłby to typowy anachronizm, na jaki nigdy sobie nie pozwoli tak wytrawny badacz.

Trzeba przyznać, że książka jest dość trudna w pierwszej części dla mniej znającego fizykę i kosmologię czytelnika. Jest to jednak część nieodzowna w podejściu do takiej tematyki i wprowadza perspektywę naukową, o którą tutaj chodzi. Później robi się łatwiej i trud włożony w czytanie pierwszej części przynosi jeszcze więcej owoców. Dlatego należy zachęcić wystraszonych nieco czytelników, aby nawet z pewnym trudem przebili się przez pierwszą część i dzięki temu odnieśli jeszcze więcej korzyści z lektury. Może się bowiem zdarzyć, że ktoś zainteresowany sprawą, ale zniechęcony trudnościami pierwszej części będzie miał ochotę odłożyć książkę. Po to właśnie pisze się recenzje, żeby przed takimi pomyłkami uchronić.

Książka jest napisana prostym, a jednocześnie kompetentnym językiem, który pozwala w najbardziej przyjazny dla czytelnika sposób wniknąć w niełatwe zagadnienia. Autor nie jest tylko sprawozdawcą, ale ujawnia również swoje własne poglądy. Dotyczą one jednak nie jakiejś ogólnej teorii, wizji, ale raczej szczegółowych kwestii, w których liczy się argument, pomysł, umiejętność znalezienia analogii, a nie jakaś teoria, do której wszystko się naciąga. Takie podejście jest na pewno bliższe rzetelności naukowo-filozoficznej i bez wątpienia najciekawsze dla czytelników o bardziej analitycznym umyśle. Ci natomiast o umyśle bardziej syntetycznym mogą ewentualnie wybrać sobie któryś z prezentowanych poglądów i uznać go za najlepsze wyjaśnienie Wszechświata. Jednak pożyteczniejsze intelektualnie będzie pozostanie przy idei zawartej w tytule książki, mówiącej nie o jednej, ale o wielu próbach ostatecznego wyjaśnienia Wszechświata.

Zbigniew Wolak

LISTY MŁODEGO MYŚLICIELA, KTÓRY WYRÓSŁ NA STAREGO FILOZOFA

◇ Józef Bocheński OP, *Listy do ojca*, oprac. J. Kozak, K. Policki SDS, Wydawnictwo SALWATOR, Kraków 2007, ss. 462.

Listy do ojca to zbiór korespondencji wybitnego myśliciela, który lubił opowiadać o sobie, swoim życiu i o tym, jak rodziły się jego idee i myśli. W prezentowanej tutaj książce opowieści te nabierają dodatkowych barw. Młody Bocheński pisał z Rzymu, czasami codziennie, listy do swojego chorego ojca (ostatni list został wysłany miesiąc przed jego śmiercią). Listy Bocheńskiego z pewnością mają swoją specyfikę związaną najpierw z samą postacią autora, który kochał naukę, niezależne sądy i uczciwość w myśleniu i postępowaniu. Następnie listy były pisane do ojca, z którym młodego dominikanina łączyły nie tylko więzy krwi i synowskie uczucia (o których kilkakrotnie pisze, że nie potrafi ich należycie wyrazić) ale również silne powinowactwo intelektualne. Można by jeszcze do przyczyn owej specyfiki dorzucić sytuację w Rzymie i w Europie niemal w przededniu II wojny światowej.

Trudno streszczać listy, mówiące o przeróżnych sprawach, a z kolei wydanie ogólnej opinii też niewiele pomaga w uchwyceniu tego, co w książce pociąga czytelników. Stanisław Lem stwierdził, że jest to, ‚ze wszech miar godna ukazania się książka". Zachęceni tymi słowami redaktorzy zdecydowali się na jej opublikowanie „pomimo pewnych kontrowersji". Nie nazwali tych kontrowersji, ale sądzę, że chodzi o pewne stwierdzenia Bocheńskiego dotyczące różnych bliźnich. Objawia się przy tym jego nieco złośliwe poczucie humoru całkiem dobrego chowu. Jeśli ktoś się skupi na wyszukiwaniu tych kontrowersji, na pewno je znajdzie, ale w kontekście całej korespondencji złośliwości te okazują się pełne wyrozumiałości, a przynajmniej miłosierdzia. Czasami brzmią po prostu krotochwilnie, jak na przykład ta: „Po Chmaju długi dyskurs trzymał Grabowski, który dużo mi zarzucał rzeczy, ale na ogół Straszewskiego bardzo chwalił. Zwłaszcza nie podobało mu się, że niejakiego Zimmermanna nazwałem filozofem trzeciej klasy — bo to był jego profesor i że Straszewskiego zatytułowałem pozytywistą. Ci dwaj mówili do rzeczy — bo Rubczyński dziwnie ględził. Pitekantropus [Gielecki — Z.W.] powtarzał zarzut o pozytywizmie, a najzabawniejszą była megiera, która oświadczyła, że „z obowiązku" jako uczennica Straszewskiego musi powiedzieć parę słów, oczywiście bez sensu, ku złośliwej radości docentów i żydków" (s. 13–14).

Ta mała próbka stylu epistolarnego między synem i ojcem zapewne pomoże odczuć atmosferę tych listów i zachęci do lektury całości, pisanej nieraz z przymrużeniem oka, a zawsze z otwartą głową. W listach tych jest wszystko, czym żył młody dominikanin. Interesował się żywo chorobą ojca i sprawami domowymi, ale z domu listy dochodziły dość rzadko, więc nieraz próbował, jak pisze, dokonywać analizy na tych skąpych wiadomościach, żeby znaleźć w nich jak najwięcej informacji, ale niewiele to dawało. W rzeczywistości reagował na wszystko, co do niego dochodziło z domu, choć wielokrotnie stwierdzał, że podstawą jego korespondencji jest egocentryzm, czyli pisanie o własnych sprawach, o tym, co było w jego sercu, a przede wszystkim w głowie, bo był to u niego już wtedy organ najobficiej używany.

Bocheński, będąc w Rzymie, był zaangażowany w życie towarzyskie, co w jego sytuacji oznaczało życie dyplomatyczne i polityczne, a pod to pojęcie należy też podciągnąć politykę kościelną. Okres, w którym powstawały opublikowane listy, był bardzo ważny dla Europy, mocno przeczuwano wtedy nadchodzącą wojnę, a różnego rodzaju konfiguracje polityczne budziły to nadzieję, to strach. Bezpośrednie kontakty Bocheńskiego z wielu dyplomatami dawały mu dobrą orientację w nastrojach, jakie panowały w kołach dyplomatycznych i pozwoliły czynić różne przewidywania odnośnie najbliższej przyszłości Polski, ale też często przy tego rodzaju przewidywaniach ich autor zastrzegał się, że są jedynie prawdopodobne. Nie pociągała go zbyt mocno polityka, ale też umiał zachować trzeźwy osąd i postawę prawdziwie patriotyczną. Przejawem tej postawy było napisanie „De virtute militari", czyli podręcznika etyki wojskowej. Mimo poważnych problemów z publikacją tego dziełka, ukazało się ono i do dziś jest chyba jedynym opracowaniem tego rodzaju. „De virtute militari" jest oczywiście znane w Polsce, ale lektura listów Bocheńskiego pozwala lepiej uświadomość sobie kontekst, do którego należy przywiązanie do domu rodzinnego i do ojczyzny, świadomość polityczna, zamiłowanie do historii i wreszcie tak głęboko przez Bocheńskiego przeżywana trafność i głębia filozofii, a zwłaszcza etyki Tomaszowej.

Najważniejszym wątkiem listów jest oczywiście naukowa ścieżka młodego uczonego. Godziny spędzone w bibliotece, rozważanie argumentów, przygotowanie wykładów wprowadza nas w świat pracy naukowej. Lektura tych listów przypomina o tym, że właściwie pojmowana i wykonywana praca naukowa jest piękną, ale i nadzwyczaj mozolną drogą osobistego rozwoju i służby społecznej. Bocheński w tych czasach był tomistą, ale trzeba to właściwie rozumieć, ponieważ przede wszystkim był on od samego początku metodologiem. Dlatego pociągała go logika i jej zastosowania. U Tomasza odnajdywał tę subtelność logiczną, atrakcyjną dla siebie we wszelkim filozofowaniu. Pisał na przykład Bocheński o Tomaszu: „Mam teraz właśnie głowę pełną metody teologicznej — bo teza jest o definicji i chcę rozgryźć świętego Tomasza na tym punkcie: jak on robił definicje. Dosyć jestem z tego zadowolony. Tomasz jest zimnym arystotelikiem, wyprowadza aksjomaty i tezy jak wirtuoz logiki, choć niezmiernie prostymi słowami i bardzo zwięźle" (s. 29).

Ekumeniczność postawy Bocheńskiego byłaby dziś uznawana za mocno podejrzaną, bo na przykład zupełnie nie ceni sobie teologii prawosławnej z racji braku jakiejkolwiek porządnej metodologii. Dziś metodologia kojarzy się głównie z naukami przyrodniczymi i ewentualnie formalnymi, zwłaszcza z tego względu, że w ostatnich czasach właśnie w tych naukach dokonały się najpoważniejsze odkrycia i zmiany w podejściu do badania naukowego. Badania nad podstawami matematyki doprowadziły do powstania logiki matematycznej, a rewolucja kwantowo-relatywistyczna z jednej strony i zapoczątkowane ideami Koła Wiedeńskiego koncepcje rozwoju nauki z drugiej, doprowadziły do powstania całego nurtu zainteresowanego prawami historycznego rozwoju nauki i ewolucji naukowych metod. Bocheński, zwłaszcza w późniejszych latach, starał się poznać bliżej metodologię nauk przyrodniczych, ale trzeba jednak pamiętać, że był on przede wszystkim zainteresowany metodologią filozofii i teologii, co wyraźnie widać w jego listach.

Tej postawie pozostał w zasadzie wierny do końca, w teologii pozostał wierny tomizmowi, tak że niektórzy jego uczniowie nazywali go w teologii „betonowym tomistą", natomiast w filozofii odszedł od tomizmu w tych fragmentach, w których rozwój wiedzy o świecie, czyli o ważnej części rzeczywistości poszedł do przodu. Poszedł w kierunku filozofii analitycznej, która nie tylko pozwala, ale zachęca do jak najbardziej rozwiniętej logiki (sam Bocheński rozbudował pewne fragmenty logiki dla potrzeb filozofii i teologii), czym w istocie kontynuował postawę św. Tomasza. Zresztą do końca życia co jakiś czas podejmował się formalnego opracowania pewnych fragmentów myśli tego filozofa i teologa.

Ta postawa Bocheńskiego jest charakterystyczna dla całej jego twórczości, chciał być „zimnym arystotelikiem", co w filozofii, a częściowo także w teologii, może dać doskonałe efekty. Z kolei, jak wiadomo, nauki empiryczne rozwinęły się dzięki odejściu od metodologii arystotelesowskiej w kierunku postawy archimedejskiej, czyli matematycznego opisu doświadczeń. W związku z tym powrót do arystotelesowskiego raju metodologicznego staje się prawie niemożliwy, metodologia nauk ciągle się rozwija i filozofowanie w kontekście nauki jest nierzadko wyjściem poza dotychczasowe kanony uprawiania filozofii. W filozofii klasycznej najpierwotniejsza była metafizyka i jej metodologia, inne nauki i inne metodologie były pochodne. Dziś staje się inaczej, nauki empirycznie dają wiedzę o świecie istotnie nową i nieredukowalną do metafizyki. Metafizyka lub raczej metafizyki są owszem założeniami teorii naukowych, ale pełnią rolę warunków koniecznych, ale nie wystarczających. Bocheński miał tego świadomość, gdy twierdził, że dziś nie jest możliwe uprawianie metafizyki w sensie maksymalistycznym, czyli w postaci pełnych systemów. Zbyt rozległa jest bowiem wiedza zawarta w naukach przyrodniczych stanowiących ową „fizykę", która powinna być punktem wyjścia dla metafizyki.

Lektura listów może skłonić do stwierdzenia (popartego autobiografią), że Bocheński nie dlatego był wierny Tomaszowi, że był dominikaninem, ale dlatego został dominikaninem, żeby mieć swobodę porządnego myślenia. Wprawdzie narzekał nieraz na pewne ograniczenia także ze strony władz kościelnych i zakonnych, ale generalnie uważał, że zakon dał mu swobodę pracy, możliwości korzystania z najlepiej wyposażonych bibliotek dobrych uczelni i wreszcie dopilnował, żeby nie marnował czasu. To bez wątpienia pouczające, że uczony takiej miary tak sobie cenił z jednej strony swobodę myśli, a z drugiej reżim narzucony nie tylko samemu sobie, ale także przez instytucję. Dla katolickiego czytelnika ciekawym i ważnym aspektem życia i listów Bocheńskiego jest jego nadzwyczaj mocne przywiązanie do liturgii. Wraca do niej wiele razy, przeżycia religijne łączy głównie z jej sprawowaniem (obok oczywiście studiowania teologii). Pisze: „Wstępując do zakonu, składałem ofiarę z dwóch rzeczy, zwłaszcza z liturgii i z nauki. [...] Pan Bóg od razu oddał mi obie rzeczy" (s. 46). Dla niego liturgia z bogatą i głęboko przeżywaną symboliką była jakby rodzajem semantyki, wysiłku zgłębiania znaczenia znaków danych Kościołowi dla wyrażenia tajemnicy Boga. Zachwycał się liturgią dominikańską i benedyktyńską, znał na pamięć długie psalmy, uważał, że wiele nabożeństw ludowych w rodzaju gorzkich żali powstało dlatego, gdyż ludzie nie poznali prawdziwej liturgii. Warto o tym pamiętać, gdy próbuje się doszukiwać u Bocheńskiego jakichś teologicznych ekstrawagancji. W rzeczywistości szukał on w teologii raczej nowych środków wyrazu dla prawd znanych i przez Tradycję uświęconych, a przez „tradycję", czyli pomysły mniej wyrobionych liturgicznie wiernych, nieraz trochę przekręconych.

Poprzestanę na tych kilku uwagach i cytatach, niektóre z nich to może „perełki" epistolografii i w ogóle stylu Bocheńskiego, ale zapewniam, że w listach jest ich bez porównania więcej. Książkę czyta się jak powieść, a korzyści dorównują czytaniu dobrej rozprawy naukowej. Jednocześnie jest to wprowadzenie w naukowy świat filozofii i trochę teologii, świat, który ma swoje prawa i swoją urodę i warto poznać jedno i drugie. Może ktoś da się wciągnąć w ten świat, albo ktoś już obecny w nim poszerzy swoje horyzonty.

Zbigniew Wolak

KLASYCZNY PODRĘCZNIK MISTRZA LOGIKI

◇ Jan Łukasiewicz, *Elementy logiki matematycznej*, oprac. M. Presburger, Warszawa 1929, reprint, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2008, ss. VIII+206.

Wielkie dzieła naukowe są często niepowtarzalne nawet w szacie graficznej. *Elementy logiki matematycznej* Jana Łukasiewicza były skryptem akademickim opracowanym przez jednego ze studentów, Mojżesza Presburgera. Ich wartość jednak wykracza zdecydowanie ponad znaczenie zwykłej pomocy do wykładów. Jak przypominają autorzy noty edytorskiej, Roman Murawski i Kazimierz Świrydowicz, skrypt Łukasiewicza był „pierwszym, oryginalnym od początku do końca, polskim podręcznikiem logiki matematycznej, od razu na światowym poziomie". Drugie wydanie skryptu w 1958 roku, opracowane przez Jerzego Słupeckiego, nie było zbyt udanym przedsięwzięciem. Wprowadzono w nim niezbyt fortunne zmiany w dowodzie pełności rachunku zdań i pominięto krótki, ale ważny rozdział o metodologii nauk przyrodniczych. Recenzenci angielskiego tłumaczenia *Elementów*, dokonanego na podstawie tego wydania, żałowali, że podstawą nie było wydanie oryginalnego skryptu z 1929 roku. W tej sytuacji trudno nie chwalić inicjatywy Polskiego Towarzystwa Logiki i Filozofii Nauki, które zdecydowało się wydać reprint *Elementów logiki matematycznej*.

Układ skryptu jest prosty, a jasność wykładu wręcz uderzająca jak na prezentację zupełnie nowych wyników. Zakres materiału wydaje się wąski, ale opracowanie jest bardzo bogate i zwarte. W pierwszym rozdziale, potraktowanym jako wstęp, autor prezentuje dwie postaci współczesnej logiki matematycznej, najpierw zapoczątkowany przez Boole'a i kontynuowany przez Peirce'a i Schrödera kierunek logiki algebraicznej. Następny kierunek zapoczątkowany przez Gottloba Frege (którego Łukasiewicz cenił wyżej niż Russella, Whiteheada i Peana) szedł w odwrotnym kierunku, próbował ugruntować całą arytmetykę na logice. Łukasiewicz wskazuje na wyższość drugiego kierunku, w którym logika otrzymała szansę stać się samodzielną i w pełni rozwiniętą teorią formalną.

Łukasiewicz zwraca też uwagę na stosunek logiki matematycznej do tzw. logiki filozoficznej, czyli tej, którą można było znaleźć w książkach pisanych przez filozofów, i której wówczas uczono w szkołach średnich. Autor *Elementów logiki matematycznej* chce uwolnić logikę od psychologizmu, oddzielić ją od epistemologii i innych zagadnień filozoficznych, aby wyróżnić logikę formalną i ukazać ją jako logikę właściwą. Łukasiewicz nie wchodzi w swoim skrypcie w zagadnienia filozofii logiki, chce jedynie przedstawić jak najprościej naturę logiki współczesnej i przedstawić ją jako kontynuację tej części logiki, zwłaszcza starożytnej, która była wolna od naleciałości pozalogicznych.

Wśród zagadnień wstępnych znalazło się też rozróżnienie między twierdzeniami i regułami wnioskowania. Nie pojawiło się ono w logice tradycyjnej, ale obecnie jest zasadnicze i dotyczy zarówno struktury formalnej teorii logicznych, jak i interpretacji tych teorii. Łukasiewicz następnie prezentuje główne zasady logiki zdań i logiki nazw, co wówczas było bardzo ważne, bo w podręcznikach logiki ta pierwsza w ogóle nie była uwzględniana, mimo że jest logicznie wcześniejsza wobec tej drugiej. Wprowadzając reguły wnioskowania dla rachunków logicznych, regułę odrywania i podstawiania zdań autor ciekawie wyjaśnia regułę podstawiania jako wykorzystanie znanej w logice tradycyjnej zasady *dictum de omni* (*quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de singulis*). Pojawia się również w tym rozdziale notacja beznawiasowa wykorzystana w całym podręczniku.

W drugim rozdziale przedstawiona jest teoria dedukcji w postaci aksjomatycznej oparta na rachunku zdań. W paragrafie o definicjach i regułach wnioskowania (podstawiania, odrywania i zastępowania) Łukasiewicz zaznacza, że jednym z osiągnięć logiki matematycznej jest wprowadzenie zasady nietwórczości definicji. W dalszej części tego rozdziału przedstawione są dowody wielu tez logicznych (niektóre z odniesieniami historycznymi). Dowody aksjomatyczne są przedstawione w sposób pełny, ale przy pomocy skróconego zapisu poszczególnych kroków dowodowych. Tym sposobem otrzymujemy dowody ponad stu twierdzeń przeprowadzonych z maksymalną ścisłością. Dowody te są oparte na popularnej dziś aksjomatyce Łukasiewicza wykorzystującej trzy aksjomaty (prawo sylogizmu hipotetycznego, prawo Claviusa i prawo Dunsa Szkota), ale w dalszej części skryptu (s. 176) autor wyraża chyba przekonanie, że dowody takie są trudne i nie dla wszystkich dostępne, dlatego zaleciwszy wykorzystywanie udowodnionych przez siebie praw, w odniesieniu do praw nowych zaleca stosowanie metody zerojedynkowej. Na s. 81 pojawiła się drobna pomyłka w formule objaśniającej ideę dowodów apagogicznych (CNTWCNWT zamiast CCNTWCNWT).

W trzecim rozdziale autor udowodnił, że przyjęty przez niego układ aksjomatyczny posiada cechy wymagane lub przynajmniej pożądane przez takie układy, mianowicie niesprzeczność, niezależność i zupełność. Ponieważ dowód niezależności pierwszego aksjomatu wykorzystuje tabelkę z trzema wartościami logicznymi, Łukasiewicz przy okazji wprowadza podstawowe idee i pewne twierdzenia rozwijanych przez niego logik wielowartościowych. Również dowód zupełności teorii dedukcji jest oryginalnym pomysłem autora podręcznika, różnym od dowodu podanego przez Posta i przez Tarskiego. W swoim dowodzie zupełności Łukasiewicz wykazuje, że nie istnieją wyrażenia sensowne, które nie są ani konsekwencją systemu, ani dołączone do niego nie dawałyby sprzeczności. Takie wyrażenia, nazwane niezależnymi, nie istnieją w tej teorii dedukcji, czyli w klasycznym rachunku zdań.

W kolejnym rozdziale teoria dedukcji została wzbogacona o kwantyfikatory, ale wiążące nie zmienne nazwowe, tylko — jak w prototetyce Leśniewskiego — zmienne zdaniowe. Po zerojedynkowej charakterystyce wyrażeń teorii dedukcji z kwantyfikatorami i jej reguł autor przedstawia aksjomatykę i kilka dowodów opartych o nią. Ostatnią teorią formalną w omawianym skrypcie jest Arystotelesowska sylogistyka opracowana jednak w sposób nowoczesny, aksjomatyczny (choć Łukasiewicz doszukuje się obecności swoich aksjomatów u uczniów Arystotelesa). Jest to zarówno ukłon w kierunku logiki tradycyjnej, jak i przykład opracowania tej logiki w sposób na wskroś nowoczesny.

Pewne zależności między zakresami nazw, a nawet niektóre dowody, Łukasiewicz ilustruje przy pomocy kół Eulera. Jest to dość ciekawe, bo przecież John Venn wynalazł swoje diagramy — o wiele skuteczniejsze w sylogistyce i innych rachunkach logicznych i teoriomnogościowych od kół Eulera — w 1881 r., a Łukasiewicz nadal korzysta z mało efektywnych kół Eulera. Może chciał nawiązać do wiedzy wyniesionej ze szkoły przez swoich studentów. To zresztą mało ważne, bo diagramy nie zastępują dowodów, ale służą tylko do ilustracji pewnych najprostszych zależności.

Kończący skrypt dodatek nosi tytuł „O rozumowaniu w naukach przyrodniczych” i jest krytyką indukcjonizmu w metodologii nauk empirycznych, a propaguje po prostu metodę hipotetyczno-dedukcyjną, którą powszechnie łączy się z nazwiskiem Poppera. Łukasiewicz pisze na przykład: „Ogólne prawa nauk przyrodniczych są to hipotezy, z których dają się wyprowadzić zdania jednostkowe, podlegające sprawdzianom doświadczalnym”. Między innymi o ten właśnie dodatek upominali się angielscy recenzenci tłumaczenia na język angielski *Elementów logiki matematycznej*.

Skrypt Łukasiewicza po tylu latach nie stracił swojej wartości nie tylko z oczywistej racji wieczności wyników formalnych, ale także z racji jasności wykładu i umiejętności zrozumiałego przedstawiania nowych idei w sposób prosty, przekonujący i prezentujący je jako niemal naturalną konsekwencję historycznego rozwoju logiki. Z racji formalnych trudności nie nadaje się raczej na podręcznik dla podstawowego kursu logiki, ale jest doskonały jako pomoc do wgłębiania się w krainę logiki.

Zbigniew Wolak

LOGIKA JAKO SZTUKA UCZCIWEGO DOCHODZENIA SWOICH RACJI

◇ Edward Nieznański, *Logika. Podstawy — język — uzasadnienie*, 2. wyd. zmienione, Wydawnictwo C.H. Beck: Warszawa 2006, ss. 184.

Podręczników do logiki raczej nie brakuje, zwłaszcza w Polsce, gdzie szkoła lwowsko-warszawska dorobiła się wielu osiągnięć w logice i wykształciła wielu znawców. Z drugiej strony wzrasta zapotrzebowanie zarówno na nauczycieli, jak i na znawców logiki, choćby z tego względu, że do szkół wyższych częściej wprowadza się ten przedmiot jako obowiązkowy. Również coraz większą popularność zyskuje sztuka argumentacji, która w swojej zdeprawowanej formie staje się sztuką manipulacji. Umiejętność logicznego myślenia ma pomóc w tym, aby posługiwać się poprawną argumentacją i nie dać się złapać w sidła argumentów fałszywych czy nie dać się zmanipulować. To oczywiście słuszne oczekiwanie, ale też musimy pamiętać, że sztuka argumentacji, manipulacja i inne sposoby wywierania wpływu na ludzi nie mogą być zredukowane do logiki, która jest jedynie pewnym aspektem owych działań, choć aspektem bardzo ważnym.

Ukazują się książki dotyczące argumentacji i w ogóle technik przekonywania, na przykład doskonała „Sztuka argumentacji" Wieczorka czy „Wywieranie wpływu na ludzi" Cialdiniego albo „Jak skutecznie przekonywać" Spence'a. Jest wiele książek tego typu i warto po nie sięgać dla praktycznego pożytku i intelektualnej rozrywki, bo przecież w ludzkich umysłach najłatwiej znaleźć śmieszne rzeczy. Jednak są też książki o tej tematyce, które mogą prowadzić na manowce. Na przykład kilka lat temu jedno wydawnictwo (nie naukowe rzecz jasna) wydało tłumaczenie książki D.Q. McInernego pt. „Nauka logicznego myślenia" (*Being logical*). Książka zebrała niemało pochlebnych recenzji, a napisał ją *distinguished professor* z jednego uniwersytetu w Kentucky, wykładający tam przez wiele dziesiątków lat logikę. W tej podziwianej książce znajdujemy jednak takie zdanie: „Jeśli ktoś zaczyna wnioskowanie od fałszywej przesłanki, jego wniosek może być tylko fałszywy". Jeśli zostało to dobrze przetłumaczone (jeśli źle, odpowiedzialność spada na tłumaczkę, a inne fragmenty dowodzą, że nie ma ona dużego pojęcia o logice), to mamy znak, że trzeba się od takiej książki trzymać z daleka. Każdy przecież, kto choćby z daleka otarł się o logikę, wie, że błąd w rozumowaniu prowadzi do wniosku o nieznanej wartości logicznej, o ile oczywiście nie znamy jej skądinąd. Chodzi o to, że dostrzegamy dziś zapotrzebowanie na opracowania dotyczące logicznego myślenia, ale nie zawsze zapotrzebowanie to jest zaspokajane na wystarczającym poziomie.

Na tle tej sytuacji podręcznik prof. Nieznańskiego jest ciekawą propozycją. Nie jest to opracowanie popularne, ponieważ służy jako pomoc dla studentów, ale posiada ciekawy układ i kompetencje logiczne autora łączy z jego długą i wysoko cenioną praktyką dydaktyczną. Ponadto jest to podręcznik dla prawników, dla których umiejętność logicznego operowania prawem pisanym jest niezwykle ważna. Prawo pisane znajduje potwierdzenie tylko w tym, co zostało napisane, czyli nie ma innego rodzaju sprawdzianów, na przykład empirycznych. Jeśli rozumowanie przeprowadzone na podstawie ustaw będzie błędne, może zostać wydany niewłaściwy wyrok, a rzeczywistość go nie skoryguje. Natomiast gdy fizyk popełni błąd w rozumowaniu wykorzystującym prawa przyrody, przyroda może mu to bardzo wyraźnie uświadomić. Na przykład źle obliczona trajektoria pocisku da znać o sobie już w momencie jego wybuchu. W prawie poza porządną argumentacją trudno o inne sprawdziany słuszności rozumowania. Podobnie jest w filozofii i teologii. Wprawdzie teologia ma własne specyficzne źródła swoich tez, ale w tej części, gdzie jest rozumową refleksją, na pewno mniej lub bardziej jawnie korzysta z logiki. Jednocześnie niebezpieczne skłonności do nadużywania argumentacji i naciągania wniosków do naszych własnych oczekiwań też wymagają niemałej czujności, bo jak powiada Schopenhauer, „słabość naszego rozumu i przewrotność naszej woli wzajemnie się wspierają”. Natomiast dobrze uczona i praktykowana logika ma, jak przypomina autor za Arystotelesem, łączyć logos z etosem, czyli „logiczność rozumu z prawością woli”.

Układ podręcznika odpowiada naszemu naturalnemu poznawaniu rzeczywistości. Na początku są ontologiczne podstawy logiki, czyli wyróżnienie rzeczy, cech, sytuacji i zbiorów, a następnie inne elementy, a wszystko ujęte w terminach logicznych. Takie podejście doskonale koresponduje z twierdzeniem Bocheńskiego, że logika jest najbardziej ogólną ontologią. Jednocześnie widzimy związek ontologii z logiką i dzięki temu objawia się jakaś fundamentalna racjonalność ontologicznego podejścia do świata, która jest próbą rzetelnego opisu rzeczywistości. Autor skupia się na ontologii mnogości, w której logika odgrywa podstawową rolę.

Następny rozdział mówi o języku i metajęzyku. Są one kolejnym etapem poznawania świata poprzez opis i komunikację, a to są przecież podstawowe funkcje języka. Omówione są znaki, rodzaje wyrażeń, problemy związane z wieloznacznością wypowiedzi oraz teoria definicji. Dopiero w ostatnim, trzecim rozdziale autor porusza kwestię uzasadnień, argumentacji. W wielu podręcznikach te zagadnienia pojawiają się na początku, ale tutaj dopiero na końcu omówione są podstawowe teorie dedukcyjne: klasyczny rachunek zdań, klasyczny rachunek predykatów i logika Arystotelesowa, która przedstawiona jest tutaj jako rozszerzenie klasycznego rachunku predykatów o predykat „jest". Nieznański posługuje się dowodami założeniowymi i przy ich pomocy przedstawia zasadniczo pełne teorie wymienionych wyżej systemów dedukcyjnych. Tym niemniej podręcznik ten raczej nie nadaje się do samodzielnego uczenia się logiki. Może być wykorzystany jako pomoc w wykładach, które pozwolą nabyć większej wprawy w rozumieniu rachunków logicznych i dowodzeniu twierdzeń, albo jako pomoc w poszerzeniu wiadomości dla tych, którzy znają już stosunkowo dobrze logikę. Stosowana w podręczniku symbolika logiczna jest od samego początku dość zaawansowana, ale dzięki temu logika tam przedstawiona jest doskonale złączona z treścią poszczególnych rozdziałów: służy do opisu i klasyfikacji elementów rzeczywistości (ontologia), do analizy języka potocznego i precyzyjnego ujęcia podstawowych operacji związanych z korzystaniem z języka, zwłaszcza definicji, a wreszcie jako podstawowe narzędzie uzasadnienia.

Wśród rzadziej omawianych w innych podręcznikach elementów logiki u Nieznańskiego znajdujemy omówienie kanonów indukcji Milla (choć autor ogranicza się do formalnej prezentacji tylko jednego z nich). Indukcja eliminacyjna okazuje się rozumowaniem dedukcyjnym (podobnie jak indukcja matematyczna i enumeracyjna zupełna), co jest ważnym przykładem tego, iż znaczenie pojęć jest często bardziej skomplikowane niż wydaje się na pierwszy rzut oka. W rozumowaniach indukcyjnych jest element przejścia „od szczegółu do ogółu", ale dodatkowe przesłanki dopiero decydują, czy będzie to rozumowanie dedukcyjne czy redukcyjne.

W *Logice* Nieznańskiego jest ponadto więcej niż w przeciętym podręczniku przykładów zaczerpniętych „z życia", a szczególnie z praktyki prawniczej. Autorowi nieobce jest też poczucie humoru, które mile ożywia trud zgłębiania formalnych zależności między abstrakcyjnymi obiektami, a ponadto sprzyja zapamiętywaniu. Z pewnością łatwiej będzie czytelnikowi pamiętać, czym jest amfibolia, czyli wieloznaczność składniowa, jak skojarzy ją sobie ze zdaniem z zeszytów szkolnych: „Pożyczyłem książkę od koleżanki, która była bardzo zniszczona”. A skoro autor stwierdza, że tego rodzaju błędy nieobce są także „zeszytom naukowym”, czytelnik z pewnością więcej uwagi poświęci poprawności językowej pism przez siebie czytanych i pisanych.

Ważną i cenną rzeczą jest zamieszczona w omawianym podręczniku analiza zdań i innych wyrażeń języka potocznego, która pokazuje, że te same wyrażenia mogą być w różny sposób ujmowane (formalizowane) przy użyciu terminów logicznych. Warto, aby autorzy ćwiczeń z logiki mieli świadomość tego, że poprawne rozwiązanie tego typu zadań niekoniecznie musi przebiegać wedle oryginalnego zamysłu autora. Każda formalizacja jest rodzajem interpretacji oryginalnego tekstu, a przykłady Nieznańskiego pokazują, że interpretacja takiego tekstu w jednoznacznym języku logiki dopuszcza różne możliwości przekładu na ten język.

Podręcznik do logiki prof. Nieznańskiego, dobrego logika i dydaktyka, jest pozycją godną polecenia wszystkim, którzy chcą poszerzyć wiadomości z logiki, a przede wszystkim nabrać wprawy w posługiwaniu się nią. Mocno rozbudowane fragmenty semantyczne, które jednocześnie są ściśle powiązane z analizą formalną, pozwalają uchwycić naturę logiki jako podstawowego narzędzia opisu naszej wiedzy i jako podstawy wszelkiej rzetelnej argumentacji, która zawsze odgrywała ogromną rolę w tworzeniu i wymianie poglądów, a dziś nabiera chyba jeszcze większego znaczenia.

Zbigniew Wolak