

Uwagi o roli przypadku we fizyce, Towarzystwo Filozoficzne w Krakowie, Kraków (1 III 1917)

Marian Smoluchowski (oprac. M. Dziekan, P. Polak)

[k. nlb (148)]¹

1/3 1917

Odczyt: O pojęciu przypadku we fizyce (potem drukowane po niemiecku przezemnie w Max-Planck-Hoff w Naturwissenschaften)²

[k. 1 (149)]

Uwagi o [---]³ roli przypadku [---]⁴ we fizyce.

Odczyt w Tow[arzystwie] Filoz[oficznym] w Krak[owie] dnia 1/3 1917

¹ W rękopisie znajduje się podwójna foliacja – oryginalna, zastosowana przez Smoluchowskiego i wtórna, związana z włączeniem rękopisu do jednostki archiwalnej. W niniejszym opracowaniu jako podstawowe numery kart przyjęto numery oryginalne, natomiast w nawiasach okrągłych podano numery kart nadane w ramach jednostki archiwalnej BJ 9398 IV.

² Według informacji archiwalnych jest to uwaga autorstwa Zofii Smoluchowskiej; notka została zapisana charakterem pisma odmiennym od stosowanego w dalszej części rękopisu; należy ją zatem traktować jako wtórna, pomijamy zatem sugerowany tu tytuł.

³ Skreślenie nieczytelne.

⁴ Skreślenie nieczytelne.

Problemy, którymi dzisiaj się mamy zająć, co do **istoty przypadku i prawdopodobieństwa** [---]⁵ były przedmiotem rozważań i dyskusji, prowadzonych przez filozofów i matematyków, socjologów odkąd w ogóle wymyślono rachunek prawdopodobieństwa, ale dyskusje te [---]⁶ od niedawna dopiero wkroczyły w zakres zjawisk, gdzie istota tych pojęć ujawnia się – jak mi się zdaje – w formie [---]⁷ najwyraźniejszej: w **zakres fizyki teoretycznej**.

Zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa do fizyki teoretycznej datuje w ogóle dopiero od lat 60tych wieku ubiegłego, kiedy to Maxwell, Clausius, później Boltzmann, przy pomocy tego instrumentu matematycznego rozwinęli tzw. **teorię kinetyczną gazów**, tłumaczącą [---]⁸ mechaniczne i cieplne właściwości gazów jako skutek [---]⁹ niedostrzegalnych ruchów drobin gazowych. Teoria [---]¹⁰ kinetyczna wraz z atomistyką ciężkie przechodziła przesilenie pod koniec wieku ubiegłego, kiedy namiętnie zwalczaną była przez szkołę Ostwalda i Macha [---]¹¹. W ostatnich jednak kilkunastu latach zdobyła tak bezpośrednio, [---]¹² niemal namacalne dowody w różnych nowo odkrytych albo nowo zbadanych zjawiskach mikroskopijnych, że dzisiaj

⁵ Skreślenie nieczytelne.

⁶ Skreślenie nieczytelne.

⁷ Skreślenie nieczytelne.

⁸ Skreślenie nieczytelne.

⁹ Skreślenie nieczytelne.

¹⁰ Skreślenie nieczytelne.

¹¹ Skreślenie nieczytelne.

¹² Skreślenie nieczytelne.

[---]¹³ uważamy ją za jedną z najpewniejszych i najwięcej podstawowych teorii fizycznych. [uzupełnienie na k. 1v] Wyjaśniły się [---]¹⁴ zupełnie dawno zauważone sprzeczności teorii atomistyczno kinetycznej z termodynamiką, w szczególności z zasadą entropii – ale w sposób wręcz przeciwny niż dawniej przypuszczano, gdyż doświadczalnie udowodniono wyższość poglądu atomistycznego nad termodynamicznym. [---]¹⁵ Wiemy dzisiaj, że słuszność miał **Boltzmann**, upatrując w zasadzie entropii dążenie układów materialnych do przechodzenia ze stanu mniej prawdopodobnego do stanu prawdopodobniejszego.

Ale wiemy dzisiaj ponadto, że istnieją [---]¹⁶ także zjawiska sprzeczne z zasadą entropii, gdyż obok [---]¹⁷ zdarzeń prawdopodobnych muszą się też przytrafiać zdarzenia mniej i zupełnie nieprawdopodobne. Właśnie bliższe studium takich zjawisk anormalnych, [---]¹⁸ które w świecie mikroskopijnym pierwszorzędą odgrywają rolę jak np. t. zwanych ruchów Browna, [---]¹⁹ fluktuacji dyfuzji itp., [---]²⁰ dowiodło, że istnieją granice ważności zasady entropii [---]²¹ oraz że dotyczące wnioski teorii molekularno kinetycznej na każdym kroku, w każdym szcze-

¹³ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴ Skreślenie nieczytelne.

¹⁵ Skreślenie: „Okazało się”.

¹⁶ Skreślenie nieczytelne.

¹⁷ Skreślenie nieczytelne.

¹⁸ Skreślenie nieczytelne.

¹⁹ Skreślenie nieczytelne.

²⁰ Skreślenie nieczytelne.

²¹ Skreślenie nieczytelne.

góle się sprawdzają. [koniec wstawki z k. 1v(149v)] Równocześnie w ostatnich 20 latach pojęcia atomistyczne objęły zakres elektryczności i optyki, powstała teoria elektronów [–] atomów elektryczności i teoria promieniowania, a na tle tych samych pojęć wyjaśniły się także do pewnego stopnia tak zagadkowe początkowo zjawiska promieniotwórczości.

Wbrew przewidywaniom Macha i Ostwalda zwyciężył w nauce nie fenomenalizm tylko spekulatywny atomizm. Tak zatem cała niemal fizyka dzisiejsza jest przesiąknięta na wskroś atomistyką, tj. dążeniem do wytłumaczenia zasadniczych zjawisk fizycznych, jako skutku współdziałania [k. 2(150)] olbrzymiej liczby drobnych zjawisk składowych, pochodzących od pojedynczych atomów lub elektronów. [---]²².

Ewolucja ta jest oczywiście ściśle związana z wysunięciem się **rachunku prawdopodobieństwa** na miejsce naczelne we fizyce, jest to bowiem instrument matematyczny specjalnie [---]²³ służący do badań tego rodzaju zjawisk **tłumnych**. Rachunek prawdopodobieństwa znalazł tu takie pole zastosowa-

²² Skreślenie: „Nie tylko takie prawa fizyczne jak np. prawo Boyle’a-Mariotta [e’]a, prawo załamania światła, {prawo termodynamiki [fragment dopisany ponad tekstem]} prawa elektrolizy, ale nawet prawa uważane dawniej za zupełnie podstawowe dla fizyki jak np. zasada entropii, czyli druga zasada termodynamiki, zostały rozłożone na zjawiska składowe; tym sposobem wyjaśniono ich formę matematyczną – której prostota zwykle jest tylko wynikiem tzw. prawa wielkich liczb – a równocześnie poznano ich granice ważności. Wbrew przewidywaniom Macha i Ostwalda zwyciężył w nauce nie fenomenalizm tylko atomizm”.

²³ Skreślenie nieczytelne.

nia jak w żadnej innej nauce stał się wprost fundamentalnym narzędziem matematycznym nowszej fizyki teoretycznej. [---]²⁴ A na odwrót spotyka się on [---]²⁵ tutaj na każdym niemal kroku z wprost zadziwiającymi potwierdzeniami i ilustracjami doświadczalnymi swych prawideł [---]²⁶.

[---]²⁷ Wobec tak ogromnie rozszerzonego zastosowania tego rachunku dziwnem może się wydawać, że **analiza jego podstawowych pojęć** do dziś dnia tak małe zrobiła postępy, że każdy [---]²⁸ autor filozof podaje odmienną definicję pojęcia prawdopodobieństwa, że nie znamy kryterium matematycznego wystarczającego do ocenienia, jakie zjawiska należy uważać za przypadkowe itd, że jednym słowem nie ma [---]²⁹ żadnej części matematyki spoczywającej na tak słabych pod względem logicznym fundamentach.

[k. 3(151)] Pochodzi to z tąd że matematyk, fizyk, filozof, każdy szuka czegoś innego [---]³⁰ w problemie prawdopodobieństwa tak że oni między sobą się nie rozumieją. Matematyk

²⁴ Skreślenie: „On służy nam do wyprowadzania praw wypadkowych, wynikających z współdziałania zjawisk składowych elementarnych”.

²⁵ Skreślenie nieczytelne.

²⁶ Skreślenie nieczytelne.

²⁷ Skreślenie: „To wszystko niech służy za wytłumaczenia, czemu fizyk głos zabiera w sprawie podstawowych pojęć prawdopodobieństwa”.

²⁸ Skreślenie nieczytelne.

²⁹ Skreślenie nieczytelne.

³⁰ Skreślenie nieczytelne.

zajmuje się zazwyczaj np. w teorii różnych gier hazardowych tylko **formalną** stroną rachunku, obliczaniem prawdopodobieństwa jakiegoś zjawiska złożonego na podstawie znanego prawdopodobieństwa zjawisk składowych, elementarnych (Borel p.15) – ale jak te ostatnie określić należy, to go nie obchodzi. Fizyk znów powołuje się w ocenianiu tego, co uznaje za **przypadkowe**, za **jednakowo prawdopodobne**, zwykle jakimś poczuciem instynktownym i porównuje konsekwencje rachunkowe z rzeczywistością doświadczalną. A filozof zajmuje się przede wszystkim psychologiczną [---]³¹ stroną przedmiotu lub rozważa, jak sądy prawdopodobne pomieścić w systemie logiki formalnej, ale [---]³² pomija kwestyę, jakim obiektywnym warunkom muszą zadość czynić [---]³³ zewnętrzne zjawiska, aby [---]³⁴ uprawnić [tj. uprawomocnić] zastosowanie pojęć przypadku i prawdopodobieństwa.

Jako przyczynek do dyskusji tych kwestyi chciałbym podać pewne uwagi podkreślające [---]³⁵ specjalnie obiektywne rysy pojęć tu w grę wchodzących [---]³⁶, które po części już n.p. [---]³⁷ Kries i Poincaré [---]³⁸ zauważyli, ale jak sądzę jesz-

³¹ Skreślenie nieczytelne.

³² Skreślenie nieczytelne.

³³ Skreślenie nieczytelne.

³⁴ Skreślenie nieczytelne.

³⁵ Skreślenie nieczytelne.

³⁶ Skreślenie nieczytelne.

³⁷ Skreślenie nieczytelne.

³⁸ Skreślenie nieczytelne.

cze za mało wyjaśnień sformułowali. [---]³⁹ Za punkt wyjścia obierzmy kwestię [---]⁴⁰ do jakich zjawisk w ogóle odnosi się rachunek prawdopodobieństwa. [---]⁴¹ Zapewne każdy powie: **do zjawisk przypadkowych**. Sądzę istotnie że przypadkowość jest cechą zupełnie istotną, [---]⁴² charakterystyczną dla zjawisk, o których prawdopodobieństwie można mówić. Jeżeli np. Łukasiewicz w swych logicznych podstawach rachunku prawdop[obieństwa] o tem nie wspomina, to moim zdaniem znaczy tyle, że [---]⁴³ analizuje logiczne podstawy **statystyki** [---]⁴⁴ nie zaś rachunku prawdop[odobieństwa], który jest specjalnym przypadkiem statystyki. Pierwszem założeniem naszym musi zatem być wyjaśnić sobie, co właściwie charakteryzuje zjawiska przypadkowe, **co to jest przypadek**.

[k. 4(152)] Wyrazem naiwnego poglądu na świat będzie odpowiedź: [---]⁴⁵ przypadkiem nazywamy **brak prawidłowego związku przyczynowego**. Tak n.p. **Timerding** w książce niedawno opublikowanej *Analyse des Zufalls* powiada: „Das Wesentliche an allen zufälligen Ereignissen ist, dass sie allein an der Regelmäßigkeit kausaler Wirkung nicht zu erklären sind”⁴⁶.

³⁹ Skreślenie nieczytelne.

⁴⁰ Skreślenie nieczytelne.

⁴¹ Skreślenie: „Niewątpliwie”.

⁴² Skreślenie nieczytelne.

⁴³ Skreślenie nieczytelne.

⁴⁴ Skreślenie nieczytelne.

⁴⁵ Skreślenie nieczytelne.

⁴⁶ Tłum. Dla wszystkich przypadkowych zdarzeń jest istotne, że nie dają się one wytłumaczyć regularnością przyczynowego oddziaływania.

Takie określenie jest jednak po pierwsze widocznie sprzeczne z [---]⁴⁷ **dzisiejszym – deterministycznym** światopoglądem, uznającym prawo przyczynowości jako naczelną zasadę. [---]⁴⁸ Przypadek jako antyteza prawa przyczynowego jest według tego w ogóle niemożliwy.

Po drugie byłoby zupełnie zagadkowym, jak [---]⁴⁹ przypadek [---]⁵⁰ taki który by był negacją prawidłowości przyczynowej może rodzić jakiegoś rodzaju **prawidłowe skutki**, a zatem jak może **istnieć rachunek prawdopodobieństwa** i [---]⁵¹ dlaczego się **zgadza z rzeczywistością**.

Dla tego zwykle [---]⁵² przedstawia się istotę przypadku [---]⁵³ twierdząc że [---]⁵⁴ dane zjawisko wywołane zostało wprawdzie prawidłowo działającą ale nieznaną nam przyczyną lub łańcuchem przyczyn, którego ogniwa nam [---]⁵⁵ nie są bliżej znane, lub nie dają się ściśle skontrolować. Ta definicja: przypadek = **niewiadoma nam przyczyna częściowa** (*umbe-kannte Tatarsache*) jest powszechnie przyjęta przez niemal wszystkich autorów⁵⁶. Wyraźnie powiada np. matematyk **Borel**:

⁴⁷ Skreślenie nieczytelne.

⁴⁸ Skreślenie: „Po drugie zaś”.

⁴⁹ Skreślenie nieczytelne.

⁵⁰ Skreślenie nieczytelne.

⁵¹ Skreślenie: „jak”.

⁵² Skreślenie nieczytelne.

⁵³ Skreślenie nieczytelne.

⁵⁴ Skreślenie nieczytelne.

⁵⁵ Skreślenie: „jednokowóz”.

⁵⁶ Usunięto niedokończone zdanie dopisane pomiędzy liniami tekstu: „Charakterystyczne jest”.

„Przypadek jest to tylko nazwa dana naszej nieświadomości, dla istoty wszechwiedzącej [---]⁵⁷ prawdopodobieństwo by nie istniało”. „Le hasard n'est que le nom donné à notre ignorance; pour un être omniscient la probabilité n'existerait pas”. [---]⁵⁸ W innej formie podobne w zasadzie myśli [---]⁵⁹ wypowiada **Meinong** w swym nowym wielkim dziele o prawdopodobieństwie. (Zufälligkeit – Tatsächlichkeit von etwas [---]⁶⁰ Nicht notwendigen, [słowa nieczytelne] Notwendigkeit⁶¹). Podobnie np. odzywa się matematyk **Czuber**, [---]⁶² znany specjalista w rachunku prawdopodobieństwa: [---]⁶³ „Mit dem Worte Zufall soll der kausale Zusammenhang nicht [sł. nieczytelne] werden, sonder der Zusammenhang soll in dem betreffenden Fall nicht [sł. nieczytelne] sein. [---]⁶⁴ [k. 5(153)] Es ist üblich, bekannte und bleibende Umstände: Ursachen, unbekante und wechselnde: Zufall zu nennen“⁶⁵.

⁵⁷ Skreślenie nieczytelne.

⁵⁸ Skreślenie nieczytelne.

⁵⁹ Skreślenie nieczytelne.

⁶⁰ Skreślenie nieczytelne.

⁶¹ Tłum. Przypadek – faktyczność czegoś Niekoniecznego, pojawia się zawsze jako Konieczność.

⁶² Skreślenie nieczytelne.

⁶³ Skreślenie nieczytelne.

⁶⁴ Skreślenie nieczytelne.

⁶⁵ Cytat – bardzo niewyraźnie odnotowany – jest prawdopodobnie parafrazą określeń zawartych w publikacji E. Czuber, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung*, Verlag von B.G. Teubner, Leipzig und Berlin 1908, s. 8nn.

Takie, tradycyjne pojmowanie przypadku, usuwa wprawdzie sprzeczność z prawem przyczynowości, ale **pozostaje nierozwiązana druga sprzeczność poprzednio wspomniana**: Jakże możliwym jest obliczenie skutków wywołanych przez czynniki zmienne i nieznanne? Jaki wtedy sens może mieć rachunek prawdopodobieństwa?

Zwolennicy tradycyjnego sposobu zapatrywania tłumaczą to, powołując się na tzw. **prawo wielkich liczb**, które przyjmują jako jakąś zasadę empiryczną, niedającą się udowodnić, jakieś naczelne prawo przyrody. Która z liczb 1 – 36 z rulety wyniknie – powiadają – to zależy od niewiadomych [---]⁶⁶ *a priori* i nie dających się [---]⁶⁷ skontrolować przyczyn. Ale jest to fakt doświadczalny, że przeciętne częstości okazania się każdej z nich w miarę [---]⁶⁸ wielokrotnego powtórzenia [---]⁶⁹ gry się wyrównują, że [---]⁷⁰ przypadkowe zależności znikają w przeciętnym wyniku wielu prób.

Timerding powiada w książce poprzednio zacytowanej *Analyse des Zufalls* odnośnie prawa wielkich liczb: „Die unverbrüchliche Kausalität in allem Naturgeschehen mag wohl aufrechterhalten werden, sie reicht aber nicht hin, um die Regelmäßigkeit des Weltgeschehens vollständig zu erklären. Es gehört vielmehr die Tatsache hinzu, die wir als Gesetz der groben Zah-

⁶⁶ Skreślenie nieczytelne.

⁶⁷ Skreślenie nieczytelne.

⁶⁸ Skreślenie nieczytelne.

⁶⁹ Skreślenie nieczytelne.

⁷⁰ Skreślenie nieczytelne.

len bezeichnen, und die bewirkt, dass die Unregelmäßigkeiten, die sonst durch die zufälligen Ereignisse in die Welt hineingetragen wirken, in dem Gesamtergebnis wieder verschwinden... Unser Verstand sträubt sich allerdings dagegen, ein solchen Prinzip nur deshalb hinzunehmen, weil hier und dort seine Richtigkeit bezeugt wird, vielmehr drängt er dahin, auch einen inneren Gesetz für einen solchen Ausgleich zu finden. Ein solcher inneres Gesetz lässt sich aber nicht ermitteln⁷¹.

[k. 6(154)] Wydaje mi się, że takie zapatrywanie, przyjęcie tego prawa wielkich liczb jako czysto empirycznej, nieracjonalnej [tj. nie będącej wnioskiem dedukcyjnym] zasady to jest perspektywa wprost rozpaczliwa, otwarte przyznanie się do bankructwa rozumu ludzkiego – i to tym bardziej, że nie tylko w przyrodzie, ale nawet w matematyce czystej trzeba przyjąć owo mistyczne empiryczne prawo [---]⁷², gdyż i tam, jak **Poincaré**

⁷¹ Tłum. Niezłomna przyczynowość obecna we wszystkich zdarzeniach naturalnych może być utrzymana, sama jednak nie wystarcza do wytłumaczenia prawidłowości zjawisk na świecie. [Inna wersja tłumaczenia tego fragmentu: Można przyjąć nienaruszalną przyczynowość obecna we wszystkich zjawiskach, ale ona sama nie wystarcza do wytłumaczenia prawidłowości zjawisk w świecie.] Przynależy zdecydowanie bardziej do stanu faktycznego, który my nazywamy prawem wielkich liczb, i który powoduje, że nieprawidłowości zazwyczaj wprowadzane w świat przez przypadkowe zdarzenia, w wyniku ogólnym znikają. Nasz rozum burzy się przeciwko temu, aby przyjąć takie kryterium (zasadę) tylko dlatego, że tu i tam udowodniono jego trafność, dąży raczej do tego, by odnaleźć dla równowagi również wewnętrzne prawo. Jednak takie prawo nie daje się wydobyc.

⁷² Skreślenie: „wielkich liczb”.

wykazał, można podać przykłady na zastosowanie pojęć i rachunku prawdopodobieństwa.

* * *

Otóż sędzę, że cała ta hipoteza o istnieniu prawa wielkich liczb – którego ścisłego sformułowania zresztą nigdzie nie udało mi się znaleźć – jest zupełnie **zbyteczna** i że wszelkie tu nasuwające się trudności pochodzą tylko z **tąd, że określenie przypadku jako „niewiadomej przyczyny częściowej” jest zupełnie wadliwe, mianowicie że jest ono wiele za obszerne.**

Nie chciałbym jednak wywołać nieporozumienia. Przyznaję oczywiście że w życiu codziennym [---]⁷³ używa się istotnie słowa „przyadek” także w takim znaczeniu. Jeżeli na ulicy komuś cegła z dachu spadnie na głowę, mówimy o przypadku. Jeżeli [---]⁷⁴ ostrosłup postawimy [---]⁷⁵ na wierzchołku, tak aby oś symetrii [---]⁷⁶ była [---]⁷⁷ przybliżenie pionową, to [sł. nieczytelne] powiemy że od przypadku zależy, na którą stronę ostrosłup się przechyli.

Ale tego rodzaju przypadek [---]⁷⁸ usuwa się najzupełniej z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i co do niego nic

⁷³ Skreślenie nieczytelne.

⁷⁴ Skreślenie nieczytelne.

⁷⁵ Skreślenie nieczytelne.

⁷⁶ Skreślenie nieczytelne.

⁷⁷ Skreślenie nieczytelne.

⁷⁸ Skreślenie: „polegający tylko na naszej nieświadomości”.

w ogóle przepowiedzieć nie można. Przypadek, który ma być dostępny materiałom rachunkowym odznacza się zupełnie specjalnymi właściwościami.

Spotykamy się tu znów z faktem bardzo w ogóle powszechnym, że mianowicie w życiu codziennym używamy wzniosłych terminów [---]⁷⁹ w znaczeniu wiele ogólniejszym niż w nauce, albo [---]⁸⁰ nawet w znaczeniu zupełnie odrębnym. Jakiż nieskończony szereg nieporozumień powstał np. z tąd, że słowa siła, bezwładność, energia, praca itd. we fizyce oznaczają pojęcia zupełnie różne od codziennego [tj. potocznego] znaczenia tych słów!

[k. 7(155)] Tak samo też i słowo „prawdopodobieństwo” jest ogromnie wieloznaczne. Bynajmniej nie myślę zaprzeczać słuszności[---]⁸¹ zdania filozofów (jak **Lotzego**, **Sigwarta**, **Windelbanda**, a także **Meinonga**) [---]⁸² odnajdujących czysto subiektywny element „oczekiwania” w pojęciu tego co nam się wydaje prawdopodobnym, ale [---]⁸³ także że matematyk i fizyk używają słowa „prawdopodobieństwo” w sensie [---]⁸⁴ odmiennym i wiele ściślejszym, jako [---]⁸⁵ miary statystycznej częstości wypadków korzystnych przy wielokrotnym powtarzaniu zjawiska przypadkowego, i że psychologiczna asocjacja „ocze-

⁷⁹ Skreślenie nieczytelne.

⁸⁰ Skreślenie nieczytelne.

⁸¹ Skreślenie: „subiektywnego pojmowania prawdopodobieństwa”.

⁸² Skreślenie nieczytelne.

⁸³ Skreślenie nieczytelne.

⁸⁴ Skreślenie nieczytelne.

⁸⁵ Skreślenie nieczytelne.

kiwania” tworzy w rachunku prawdopodobieństwa czynnik zupełnie uboczny.

Wracając do naszego tematu twierdzą zatem, wbrew przyjętej powszechnie doktrynie, że **definicja przypadku jako [---]⁸⁶ nieznanego czynnika przyczynowego jest zupełnie niewystarczająca** – o ile chodzi o [---]⁸⁷ przypadek dostępny metodom rachunku prawdopodobieństwa, [---]⁸⁸ a w szczególności o stosowanie tego pojęcia w fizyce. **Prawdopodobieństwo fizyczne jakiegoś zjawiska określane musi być rzeczywistymi prawami i warunkami, od których ono zależy [---]⁸⁹ – nie zaś [---]⁹⁰ stanem naszej wiedzy lub nieświadomości!** Stosowanie rachunku prawdopodobieństwa w fizyce musi [---]⁹¹ odpowiadać treści zupełnie obiektywnej [tj. musi posiadać obiektywne znaczenie], jeżeli ma być możliwą [---]⁹² koncepcją świata zewnętrznego, bez względu na człowieka, obserwatora. Twierdzą też wbrew zdaniu [Emila] **Borela**, poprzednio zacytowanemu: Gdybyśmy nawet potrafili we fizyce poznać z absolutną dokładnością [---]⁹³ chwilowy [---]⁹⁴ stan układu wszystkich atomów, oraz gdybyśmy zmiany jego mogli obliczać – mimo to rachunek

⁸⁶ Skreślenie nieczytelne.

⁸⁷ Skreślenie nieczytelne.

⁸⁸ Skreślenie nieczytelne.

⁸⁹ Skreślenie nieczytelne.

⁹⁰ Skreślenie nieczytelne.

⁹¹ Skreślenie nieczytelne.

⁹² Skreślenie nieczytelne.

⁹³ Skreślenie nieczytelne.

⁹⁴ Skreślenie nieczytelne.

prawdopodobieństwa zachowałby całą swoją wartość w teorii kinetycznej gazów, pozostałby on zawsze cennym instrumentem matematycznym, podobnie jak np metoda mnożenia skröconego, albo jak używanie tablic logarytmicznych w celu mnożenia wielkich liczb obok zwykłego ścisłego mnożenia.

* * *

[k. 8(156)] Chcąc zanalizować obiektywne **znaczenie** „przypadku”, w **najogólniejszym sensie słowa**, musimy [---]⁹⁵ podkreślić cechę bardzo charakterystyczną, którą **Poincaré** wyraża w zdaniu: **Mała przyczyna, duży skutek!** Gdyby człowiek o ułamek sekundy wcześniej lub później był przeszedł koło domu, spadająca cegła nie byłaby go uszkodziła. Najmniejsze [---]⁹⁶ przechylenie ostrosłupa postawionego na wierzchołku rozstrzyga o tem na którą stronę się ostatecznie przewróci.

[---]⁹⁷ **Przypadek taki nie usprawiedliwia jednak jeszcze żadnej spekulacji o prawdopodobieństwie** staje się [---]⁹⁸ **on dopiero wówczas dostępnym metodom rachunkowym**, jeżeli [---]⁹⁹ odznacza się równocześnie pewną **przeciętną regularnością skutku**, która [---]¹⁰⁰ zazwyczaj wiąże się z tym warunkiem,

⁹⁵ Skreślenie: „najprzód”.

⁹⁶ Skreślenie nieczytelne.

⁹⁷ Skreślenie: „Sama nieznamość tych danych”.

⁹⁸ Skreślenie: „jednak”.

⁹⁹ Skreślenie nieczytelne.

¹⁰⁰ Skreślenie nieczytelne.

że przy **stopniowej zmianie przyczyny występują naprzemian skutki przeciwne**.

Wyobraźmy sobie np. [---]¹⁰¹ tarczę, podzieloną na jednakowe wycinki białe i czarne a wirującą koło środka, ku której człowiek strzela z małej odległości z strzelby trwale [---]¹⁰² na pewien jej punkt nastawionej. Jeżeli tarcza [---]¹⁰³ wiruje bardzo powoli, zależy to od zręczności strzelca, czy uda mu się wypalić w odpowiednim momencie, aby trafić wycinek czarny. Jeżeli zaś tarcza wiruje szybko, kilkaset obrotów na sekundę, zręczność danego osobnika będzie zupełnie obojętna; zależy to wówczas tylko od przypadku, czy trafi odcinek czarny [---]¹⁰⁴, i prawdopodobieństwo na to będzie $= 1/2$ ".

Zrozumieć to łatwo. Warunkiem korzystnego wyniku tj. trafienia odcinka czarnego jest nadzwyczajnie ściśle uchwycenie momentu, kiedy należy wypalić, bez porównania ściślej niż tego dokonać [---]¹⁰⁵ potrafi zręczność ludzka. Decyzja do czynu, urzeczywistnienie jej przez poruszenie mięśni wymaga pewnego czasu, trudno dającego się określić, ale z pewnością nawet u najzręczniejszego osobnika jeżeli na komendę wystrzeli panować będą niedające się opanować przypadkowe zbożenia rzędu $\tau = 1/20$ sek[undy]. Na taki przeciąg czasu zaś przypada już skutek szybkiego obrotu tarczy niezmiernie wielka

¹⁰¹ Skreślenie nieczytelne.

¹⁰² Skreślenie nieczytelne.

¹⁰³ Skreślenie nieczytelne.

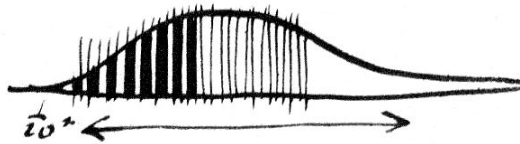
¹⁰⁴ Skreślenie: „albo biały”.

¹⁰⁵ Skreślenie nieczytelne.

liczba przypadków korzystnych oraz taka sama liczba przypadków niekorzystnych. Szanse trafienia białego lub czarnego odcinka się wyrównują.

[k. 9(157)]Możemy to sobie jeszcze uzmysłowić prostym sposobem graficznym:

Jeżeli jako odciętą wykreślimy czas, [---]¹⁰⁶ a jako rzędną prawdopodobieństwo, że w danym momencie nastąpi wystrzał, to otrzymamy krzywą $z = \varphi(x)$ ilustrującą [---]¹⁰⁷ niejako szybkość i prawidłowość decyzji danego osobnika. Twierdziliśmy, że rozciąga się ona na czas 1/20 sek[undy] i na ten [---]¹⁰⁸ okres przypada wielka liczba skutków korzystnych (czarne paski) i niekorzystnych (białe) [---]¹⁰⁹ z których każdy odpowiada n.p. 1/2000 sek[undy].



[Oryginalny rysunek zaczerpnięty z rękopisu M. Smoluchowskiego]

¹⁰⁶ Skreślenie nieczytelne.

¹⁰⁷ Skreślenie nieczytelne.

¹⁰⁸ Skreślenie nieczytelne.

¹⁰⁹ Skreślenie nieczytelne.

Widocznie zatem całkowite prawdopodobieństwo trafienia odcinka czarnego lub białego będzie przedstawione przez całą powierzchnię czarnych i białych pasków; [---]¹¹⁰ te zaś powierzchnie muszą być bardzo blisko sobie równe [tj. bardzo podobne pod względem wielkości], zupełnie niezależnie od rodzaju funkcji określającej prawdopodobieństwo przyczyny – (o ile ta [---]¹¹¹ funkcja odznacza się ciągłością i nie posiada zbyt dużo maksimów, minimów!)

Podobnie przy grze w kostkę [---]¹¹² skutek y tj. okazanie się jednej z liczb 1–6, zależy w pewien skomplikowany sposób od przyczyny x tj. ruchu ręki [---]¹¹³ grającego [---]¹¹⁴ – jeżeli pominiemy czynniki uboczne jak przypadkowe nierówności stołu tj. $y = f(x)$.

[---]¹¹⁵ Otóż ruchy ręki gracza, nawet najbardziej wyćwiczonego, podlegają [---]¹¹⁶ pewnym przypadkowym wahaniom i prawdopodobieństwo czyli częstość tychże możemy sobie wyobrazić przedstawione przez jakąś funkcję $\varphi(x)$. Z drugiej strony nadzwyczajnie mała różnica w ruchu ręki [---]¹¹⁷ spowoduje już zupełnie inny ruch kostki i ostatecznie wywoła okazanie się in-

¹¹⁰ Skreślenie nieczytelne.

¹¹¹ Skreślenie nieczytelne.

¹¹² Skreślenie: „jako przyczynę”.

¹¹³ Skreślenie nieczytelne.

¹¹⁴ Skreślenie nieczytelne.

¹¹⁵ Skreślenie: „Związek ten przyczynowy odznacza się właściwością, że nadzwyczaj mała [niedokończone zdanie]”.

¹¹⁶ Skreślenie nieczytelne.

¹¹⁷ Skreślenie nieczytelne.

nej liczby y . Jeżeli więc obręb przypadkowej zmienności ruchów ręki gracza jest znacznie większy niż [---]¹¹⁸ obręb powodujący zmianę [---]¹¹⁹ jakiejś liczby na inną, to oczywiście prawdopodobieństwo wszystkich liczb 1–6 będzie jednakowe. Przypadek rozstrzygnie, która się każdym razem okaże, ale przy częstym powtarzaniu rzutów przeciętna częstość każdej będzie jednakowa, bez względu na rodzaj owych [k. 10(158)] funkcji $f(x)$ i $\varphi(x)$.

[---]¹²⁰ Mógłbym podać szereg podobnych przykładów z zakresu przypadkowych zjawisk fizycznych, ale sądzę, że wystarczą te dwa proste przykłady, gdyż wyraźnie wykazują wspólną myśl zasadniczą, która się powtarza [---]¹²¹ zawsze tam, gdzie przypadkowe zjawisko okazuje się przystępnem rachunkowi prawdopodobieństwa.

Przejdźmy zatem do ogólnej konkluzji z tych przykładów:

Przypadek w potocznym znaczeniu słowa [---]¹²² usuwa się spod zakresu metod rachunkowych i w ogóle nie można powiedzieć o jego prawidłach. [---]¹²³ Jeżeli natomiast we fizyce mówimy, że jakieś zjawisko y zależy od przypadkowej przyczyny x , to taki przypadek podlegający regułom rachunku prawdopodobieństwa, oznacza specjalną w przyrodzie często napotykaną

¹¹⁸ Skreślenie: „zakres”.

¹¹⁹ Skreślenie nieczytelne.

¹²⁰ Skreślenie: „Chodzi tu oczywiście o [fragment nieczytelny] wielkości jest zręczność gracza”.

¹²¹ Skreślenie: „w każdym przypadku”.

¹²² Skreślenie nieczytelne.

¹²³ Skreślenie nieczytelne.

formę związku przyczynowego. Formę tę charakteryzuje **właściwość** [---]¹²⁴ **że prawdopodobieństwo rozkładu** skutku y – liczba 1–6 kostki – jest **niezależne od prawdopodobieństwa rozkładu przyczyny** x [---]¹²⁵ (rodzaju ruchów ręki).

Przy bliższej analizie [---]¹²⁶ określić się dają warunki wystarczające, które spełniać musi matematyczna forma owego związku przyczynowego $y = f(x)$, jeżeli związek ten ma posiadać właściwość [---]¹²⁷ żadaną, ale w ścisłe sformułowanie tych warunków nie będą wchodzić, tylko zwrócić uwagę [---]¹²⁸ na charakterystyczne dwie cechy: 1) „mała przyczyna duży skutek”, czyli dokładniej mówiąc: mała [---]¹²⁹ zmiana przyczyny (mała w porównaniu z obrębem [---]¹³⁰ prawdopodobnej zmienności) powoduje dużą różnicę skutku – wynik korzystny lub niekorzystny – 2). Ten sam wynik daje się osiągnąć przez którą bądź z pomiędzy wielkiej liczby różnych konstelacji przyczynowych, co w związku jest z tym właśnie, że stosunkowym zmianom przyczyny x w obrębie przypadkowej zmienności [---]¹³¹ teź odpowiadają na przemian wyniki y korzystne i niekorzystne.

¹²⁴ Skreślenie nieczytelne.

¹²⁵ Skreślenie nieczytelne.

¹²⁶ Skreślenie nieczytelne.

¹²⁷ Skreślenie nieczytelne.

¹²⁸ Skreślenie nieczytelne.

¹²⁹ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁰ Skreślenie nieczytelne.

¹³¹ Skreślenie nieczytelne.

[k. 11(159)] **Prawo wielkich liczb nie jest zatem żadną z zewnątrz nam nałożoną empiryczną zasadą!** [---]¹³² Wynika ono po prostu z samego założenia, z matematycznej formy tego rodzaju związków przyczynowych, [---]¹³³ pod warunkiem, że przyczyna jest zmienna w pewnym obrębie [sł. nieczyt.] jakiegoś **regularnego** prawa częstości. Wynik pojedynczej próby nie da się przewidzieć, ale w [---]¹³⁴ miarę coraz częstszego powtarzania, następuje kompensacja przypadkowych różnic na mocy pewnej konsekwencji matematycznej i rozkład skutków staje się niezależnym od [---]¹³⁵ rozkładu czynnika przyczynowego.

Wyjaśnia to nam najzupełniej uprawnienia rachunku prawdopodobieństwa i usuwa pozorne sprzeczności między pojęciem przypadku a pewną prawidłowością skutków. Ale, czy wyjaśniliśmy już całkowicie samą **genezę przypadku**? Wszak właściwie tylko zmiankowaliśmy(?) prawdopodobieństwo pewnego skutku y na prawdopodobieństwo pewnej przyczyny x np. (ruchów ręki gracza rzucającego kostkę) – [---]¹³⁶ nie wytłumaczyliśmy zaś, [---]¹³⁷ co to właściwie znaczy [---]¹³⁸ i z kąd to pochodzi, że owa przyczyna podlega [---]¹³⁹ pewnej funkcji

¹³² Skreślenie nieczytelne.

¹³³ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁴ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁵ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁶ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁷ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁸ Skreślenie nieczytelne.

¹³⁹ Skreślenie nieczytelne.

prawdopodobieństwa, nie wyjaśniliśmy jak **regularne** [---]¹⁴⁰ **prawa przyrody mogą zrodzić zjawiska przypadkowe.**

Jeżeli chodzi o zjawiska, w których [---]¹⁴¹ **człowiek** występuje jako [---]¹⁴² ostateczna przyczyna, jako *primus movens*, [---]¹⁴³ np. przy grach hazardowych, doświadczeniach ludzką ręką wykonanych itp. nie rozumiemy jeszcze tak bardzo tej trudności, gdyż jesteśmy dobrze świadomi, że nasz ustroj psychiczny i fizjologiczny nie działa tak regularnie jak maszyna, i że występuje tu zawsze jakaś kapryśna zmienność, której możemy przypisać genezę przypadku. Nazwiemy to krótko **przypadkiem fizjologicznym.**

Ale czy w martwej przyrodzie, dajmy na to w jakimś czysto fizycznym zjawisku, którego prawa zasadnicze i warunki indywidualne nam są dane, pojęcie przypadku nie może znaleźć zastosowania? Zwykle tak się twierdzi, ale sądzę, że jest to przesąd nieusprawiedliwiony.

[k. 12(160)] **Zamiast rozstrząsań ogólnych podam prosty model** jako przykład, jak w obrębie zjawisk czystko fizycznych zrodzić się może zjawisko typowo przypadkowe. [---]¹⁴⁴ Za wprost **idealny przykład zjawiska** przypadkowego – w sensie jak tego słowa używa się w fizyce – uważamy dzisiaj tzw. **promieniotwórczy rozkład [tj. rozpad] atomów.** Atomy Radu

¹⁴⁰ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴¹ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴² Skreślenie nieczytelne.

¹⁴³ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴⁴ Skreślenie nieczytelne.

[---]¹⁴⁵ doznają z czasem tego rozkładu, w ten sposób że wysyłają z siebie z czasem automatycznie po jednej cząstce α i skutkiem tego ubytku przemieniają się w atomy innej substancji tzw. RaA¹⁴⁶, która później znów w podobny sposób [---]¹⁴⁷ dalej się transformuje. Otóż transformacja ta, będąca źródłem zjawisk promieniotwórczości [---]¹⁴⁸ odbywa się w sposób zupełnie przypadkowy, t.zn. że dany atom nie starzeje się, nie podlega żadnym zmianom postępowym [---]¹⁴⁹, tylko nagle, w chwili nie dającej się przewidzieć doznaje takiej nagłej, niejako eksplozywnej transformacji. Prawdopodobieństwo, aby ów atom w czasie $t \dots t + \Delta t$ się transformował, jest proporcjonalne do długości tego okresu:

$$Wdt = \lambda dt$$

przy czym współczynnik λ [---]¹⁵⁰ miarodajny dla intensywności procesu transformacji, jest wielkością stałą, charakterystyczną dla danej substancji promieniotwórczej, [---]¹⁵¹ na którą wpłynąć nie można żadnym sztucznym sposobem.

¹⁴⁵ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴⁶ Rad A, ówczesna nazwa izotopu polonu (polon-218).

¹⁴⁷ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴⁸ Skreślenie nieczytelne.

¹⁴⁹ Skreślenie: „ani [fragment nieczytelny] żadnym [fragment nieczytelny] wpłynąć na to zjawisko”.

¹⁵⁰ Skreślenie: „od którego zależy”.

¹⁵¹ Skreślenie nieczytelne.

Otóż łatwo podać model, który będzie naśladował to zjawisko. Wyobraźmy sobie naczynie [---]¹⁵² o kształcie dowolnie nieregularnym, i ścianach chropowatych, [---]¹⁵³ doskonale odbijających, do którego przez wąski otwór w ścianie wrzucamy małą kuleczkę. Kuleczka ta odbija się od ścian wielokrotnie, zakreślając drogę dziwnie zygzakowatą i jeżeli odbicia nie zmieniają jej prędkości przewidzieć można na podstawie pewnych twierdzeń z kinetycznej teorii gazów, że z czasem przez wszystkie części naczynia i we wszystkich kierunkach przestrzeni [---]¹⁵⁴ przybliżenie jednakowo często się będzie poruszać. Z czasem wreszcie musi się zdarzyć [---]¹⁵⁵ iż kilka znów na powrót wyleci z naczynia na [k. 13(161)] zewnątrz. [---]¹⁵⁶ Możebyć że zdarzy się to zaraz po pierwszym odbiciu, może dopiero po stu albo po stu tysięcy odbić, zależy to od kształtu naczynia i od kierunku ruchu początkowego kulki i dałoby się to ostatecznie obliczyć, gdyby [---]¹⁵⁷ wielkości te były dane z matematyczną dokładnością, ale bezpośrednio przewidzieć można, że większa liczba jednakowych takich naczyń, do których wpuściliśmy po jednej kuleczce, każdym razem w innym,

¹⁵² Skreślenie: „o ścianach”.

¹⁵³ Skreślenie nieczytelne.

¹⁵⁴ Skreślenie nieczytelne.

¹⁵⁵ Skreślenie nieczytelne.

¹⁵⁶ Skreślenie: „Jaki czas do tego będzie potrzebnym, by zaszło takie zjawisko to możnaby [zd. niedokończone]”.

¹⁵⁷ Skreślenie: „kształt tego naczynia i kierunek początkowy ruchu kulki był dany z matematyczną dokładnością”.

dowolnym kierunku, [---]¹⁵⁸ będzie się zachowywać zupełnie tak samo, jak odpowiednia liczba atomów substancji promieniotwórczej. [---]¹⁵⁹ Rozkład atomów i występowanie owych kuleczek z naczyń będą się odbywać według zupełnie tego samego prawa prawdopodobieństwa:

$$W(t...t+dt) = \lambda dt$$

Oczywiście nie sądzę żeby atomy Ra tak istotnie były skonstruowane, ale nie o to chodzi! Wystarczy nam, że **można** w ogóle podać [---]¹⁶⁰ model rozkładu promieniotwórczego spełniający dokładnie odnośne równanie transformacji.

A oto mógłbym podać jeszcze dużo podobnych przykładów, [---]¹⁶¹ w których regularnie prawidłowo przebiegający [---]¹⁶² mechanizm fizyczny jako **wynik** daje **zjawisko przypadkowe**. [---]¹⁶³ Co prawda że nie jest to przypadek w potocznym znaczeniu „nieprawidłowego kaprysu”, ale w znaczeniu [---]¹⁶⁴ przypadku [---]¹⁶⁵ *sit venia verbo* „prawidłowego” [---

¹⁵⁸ Skreślenie nieczytelne.

¹⁵⁹ Skreślenie nieczytelne.

¹⁶⁰ Skreślenie nieczytelne.

¹⁶¹ Skreślenie nieczytelne.

¹⁶² Skreślenie nieczytelne.

¹⁶³ Skreślenie nieczytelne.

¹⁶⁴ Skreślenie nieczytelne.

¹⁶⁵ Skreślenie nieczytelne.

]166 jaki [---]167 poprzednio uznaliśmy za warunek uprawniający stosowanie metod rachunku prawdopodobieństwa. Nie wchodząc zresztą w drobne szczegóły tylko tyle wspomnę, że wszystkie te modele polegają na tem iż pewne zjawisko np. w powyższym przykładzie odbijanie się kulki od ściany **powtarza się nieustannie**, każdym razem jednak w nieco odmiennych warunkach.

Tego rodzaju przypadek odgrywa oczywiście pierwszorzędą rolę w [---]168 świecie atomów i drobin i na tem polu [---]169 znamy dzisiaj już cały szereg zjawisk, których charakter przypadkowy właśnie przypisać możemy istnieniu [---]170 podobnych mechanizmów jak np. ruchy Browna, fluktuacje promieniotwórcze itp. [---]171

Łączą się z tym przypadkiem „drobinowym” dalsze problemy, przedewszystkim kwestia matematycznie ścisłego i ogólnego sformułowania takich zjawisk, następnie kwestya czy fizjologiczny przypadek nie polega może ostatecznie także na owym drobinowym przypadku itd. Ale w te problemy już nie będziemy się zapuszczać.

166 Skreślenie nieczytelne.

167 Skreślenie nieczytelne.

168 Skreślenie nieczytelne.

169 Skreślenie nieczytelne.

170 Skreślenie nieczytelne.

171 Skreślenie nieczytelne.