Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XXXIX (2006)

HORYZONTY PRAWDY — HORIZONS OF TRUTH: GÖDEL CENTENARY, WIEDEŃ: 27–29 KWIETNIA 2006 R.

Kurt Gödel, jeden z najwybitniejszych logików XX wieku (wielu dzisiejszych myślicieli zapewne przyznałoby mu jeszcze większą rangę na skali logicznych i matematycznych wielkości), miał bardzo zdecydowane poglądy. Uważał, że przedmioty, jakimi zajmuje się matematyka, istnieją niezależnie od naszej świadomości i od świata fizycznego. Tworzą one pewną obiektywną rzeczywistość, od nas całkowicie niezależną, którą możemy tylko badać, tak jak badamy świat fizyczny.

Właśnie znajdowałem się w Gödlowskim świecie obiektów matematycznych. Na kolanach miałem tekturową teczkę wypchaną pracami nadesłanymi przez młodych uczonych na konkurs zorganizowany przez Uniwersytet Wiedeński i Fundację Templetona z okazji setnej rocznicy urodzin Kurta Gödla, który wprawdzie urodził się w Bernie, ale jego rodzina pochodziła z Wiednia i sam przez 15 lat życia mieszkał w tym mieście. Prace, jakie przeglądałem, dotyczyły zarówno bardzo technicznych i abstrakcyjnych zagadnień logiczno-matematycznych, nawiązujących do osiągnięć Gödla, jak i jego poglądów filozoficznych. Spośród prawie stu prac międzynarodowe jury wyróżniło dziesięć (debaty i głosowania odbywały się drogą internetową). Jutro autorzy wyróżnionych prac przedstawią je publicznie i jury, już na miejscu, przyzna trzy pierwsze nagrody. Właśnie kartkuję te prace, by mieć je jutro „na świeżo” w pamięci. Problem, który mam w tej chwili przed oczami, jest niezwykle interesujący. Owszem, istnieją obiekty matematyczne. Na przykład liczby. Każda z nich ma swoje własne, niepowtarzalne własności. Ale czy dowód jakiegoś ważnego twierdzenia matematycznego jest też obiektem matematycznym? Czy należy do Gödlowskiego świata? Przecież dowód dla matematyka jest czasem ważniejszy od definicji, która określa jakiś matematyczny przedmiot. Ale, z drugiej strony, dowód jakiegoś twierdzenia może być przeprowadzony na różne sposoby. Może być bardziej lub mniej „sprytny", zależnie od inwencji matematyka, który go wymyślił. Czy jednak tylko — mniej lub bardziej udolnie — go odkrył?

I wtedy, jak przez mgłę, dobiegły do mnie słowa z fizycznego świata:

— Spójrz na prawo. Tatry.

Istotnie, były tam. Obiektywnie i rzeczywiście. Na tle zielonych, pofalowanych wzgórz, potężne, poszarpane głowy cukru. Ze spiczastym szczytem Łomnicy po środku. Zima, od dołu wypierana przez wiosnę, tam jeszcze królowała w pełni.

Czy obiekty matematyczne istnieją tak jak góry? Czy można się w nich zagubić, jak w skalnych przepaściach? A może istnieją jeszcze bardziej niż góry, bo przecież świat fizyczny istnieje, ponieważ rządzą nim prawa fizyki, a prawa fizyki są matematyczne?

Granicę polsko-słowacką przekroczyliśmy w Piwnicznej. Droga do Wiednia (potem przez Bańską Bystrzycę, Nitrę, na Bratysławę) kazała nam objechać prawie dookoła słowackie Tatry Wysokie. Z każdej strony wyglądały trochę inaczej: rzuty tego samego „obiektu" na różne płaszczyzny. Czy Gödlowski świat matematyki też widzimy przez „rzuty"? Może by to rozwiązywało niektóre filozoficzne problemy?

*

Mieszkam w hotelu przy Stephansplatz. Nowoczesny, szklany budynek wciśnięty między stare kamienice. Hotel pachnie świeżością. Dziś jest drugi dzień jego funkcjonowania. Wnętrza eleganckie w sposób ultranowoczesny i... niefunkcjonalne. Np. w łazience nie ma jak rozwiesić ręczników. Miałem pokój 512. Drzwi otwierane na kartę elektroniczną. Gdy wyszedłem, okazało się, że karta nie działa, nie mogłem wejść z powrotem. Zgłosiłem w recepcji i otrzymałem nową kartę. Też nie działała. Recepcjonista otworzył drzwi swoją kartą (obsługa ma inne karty — otwierające wszystko). Chciał zgłosić tę awarię telefonicznie, ale gdy się okazało, że telefon też nie funkcjonuje, dostałem nowy pokój, nr 412, piętro niżej. Tu, przynajmniej dotychczas, wszystko funkcjonuje, tylko obsługa widocznie nic nie wie o tej zamianie, bo przed chwilą wparowała do pokoju Japonka z obsługi (otworzywszy drzwi swoją kartą) i z japońską uprzejmością wycofała się w ukłonach. Obsługa zapewnia, że to wina „nowości" i że wszystkie usterki wkrótce zostaną usunięte.

*

Ostatnie dwa dni były wypełnione odczytami i różnymi imprezami. Wracaliśmy do hotelu późnym wieczorem (nawet po północy) z uroczystych obiadów i towarzyszących imprez. Sympozjum różnorodne i bogate w treść: logika i teoria zbiorów, formalne modele i teoria złożoności, trochę kosmologii, filozoficzne i teologiczne dziedzictwo Gödla. Za duży natłok informacji, można je chwytać „po łebkach" i bardzo wybiórczo z nadzieją, że kiedyś znajdzie się czas „na przetrawienie". Notuję pewne wrażenia na gorąco.

W czwartek (27 kwietnia) po południu Wolfgang Rindler miał odczyt o wpływie Gödla na kosmologię. Oczywiście chodzi o rozwiązanie równań Einsteina z „zamkniętym czasem", znalezione przez Gödla w 1948 r. Ciekawe szczegóły historyczne dotyczące okoliczności tego osiągnięcia Gödla. Znany jest gruby tom „Einstein — Scientist and Philosopher" zredagowany przez Schilppa w jego głośnej serii „The Library of Living Philosophers". Schilpp zaprosił Gödla do napisania artykułu do tego tomu. Gödla pasjonował problem czasu. Często dyskutował z Einsteinem na ten temat i było rzeczą naturalną, że jako przedmiot swojego artykułu dedykowanego Einsteinowi Gödel wybrał temat czasu. Swoim zwyczajem Gödel sięgnął po argumenty zasadnicze. Najlepiej Einsteina przekonać na gruncie jego własnej teorii. Gödel uważał, że czas składa się z ciągu następujących po sobie „warstw teraźniejszości". Gdyby udało się pokazać, że istnieją rozwiązania kosmologiczne niedopuszczające takiego rozwarstwienia czasoprzestrzeni, byłoby to — zdaniem Gödla — przekonywującym argumentem, że czas jest tylko tworem naszego umysłu.

Nie wiadomo, jak Gödel wpadł na pomysł swojego rozwiązania. W późniejszej publikacji podał je w formie wykończonej bez żadnych „naprowadzających" uwag wstępnych. Rozwiązanie było gotowe na czas do Einsteinowskiej książki. Ale Gödel zaczął — swoim zwyczajem — artykuł poprawiać i ulepszać bez końca. Ponieważ wydawca nie mógł dłużej czekać, Gödel napisał krótki artykuł na temat swojej filozofii czasu i ten artykuł znalazł się w tomie Schilppa. Praca przedstawiająca nowe rozwiązanie, została opublikowana rok potem w *Reviews of Modern Physics*.

Praca Gödla zapoczątkowała nowy styl badań w ogólnej teorii względności, tzw. analizą globalną rozwiązań równań Einsteina, ale nie spowodowała rewolucji w naszym rozumieniu czasu.

*

Konkurs młodych naukowców został rozstrzygnięty, wyniki ogłoszono. Mogę więc jawnie pisać o jego uczestnikach i ich pracach. Już przy pierwszym czytaniu moją uwagę zwróciła praca Hannesa Leitgeba (Niemiec, pracujący w Bristolu, w Wielkiej Brytanii) pt. „Formal and Infornal Probavility". Praca z pogranicza logiki i filozofii nauki. Chodzi o ważne zagadnienie. Dowód formalny w logice i matematyce musi być wyprany z wszelkich elementów intuicyjnych. Musi być zdefiniowany język (zasób symboli i sposoby ich łączenia), sformułowane aksjomaty i reguły wnioskowania. „Mechaniczne" stosowanie tych ostatnich ma doprowadzić do dowodzonych twierdzeń. Matematycy, w swojej zwyczajnej naukowej praktyce, nie stosują aż takich rygorów ścisłości. Odwołują się do aksjomatów i logicznych reguł rozumowania, ale rozumowania dzielą na małe kroki, pomiędzy którymi przejścia są jasne. Ciąg takich kroków ma „przenosić prawdę” z przesłanek do wniosku. Wyniki tego rodzaju dowodów społeczność matematyków uznaje za prawomocne. Leitgeb postawił sobie za cel zrekonstruowanie „logiki dowodów nieformalnych”. Czy można znaleźć i sformalizować jakieś „pomostowe reguły” pomiędzy tymi dwoma rodzajami dowodów?

Zagadnienie to ma ważne znaczenie filozoficzne. Gödel udowodnił, że w każdym systemie formalnym, przynajmniej tak silnym jak arytmetyka Peano, istnieją zdania prawdziwe, ale niedowodliwe (tzn. nie dające się wyprowadzić z przyjętych aksjomatów). Bardzo często stawia się pytania: jak to ograniczenie przenosi się na fizykę (czy zatem jest możliwa teoria ostateczna w fizyce)? jak to się ma do wyższości ludzkiego mózgu nad komputerami? itp. Wszystkie tego rodzaju analizy prowadzi się, w najlepszym razie, wykorzystując dowody nieformalne. By wyciągane wnioski były prawomocne, trzeba by wiedzieć, jaki jest stosunek dowodów formalnych do nieformalnych.

Niestety praca Leitgeba nie została nagrodzona. Konkurencja była duża. Inne prace były także na wysokim poziomie i również zasługiwały na wyróżnienie. Szkoda, że były tylko trzy nagrody.

*

Z odczytu Piergiorgio Odifreddi: „...in intellectual history, everything happens twice: first as philosophy, and then as mathematics”. To znaczy: każdy problem zaczyna się od filozoficznych spekulacji, a kończy matematycznym rozstrzygnięciem.

*

Dzisiejsza przedpołudniowa sesja była poświęcona typowo Gödlowskiej tematyce — logice formalnej. Sesję otworzył referat

Paula Cohena, legendy tego działu nauki. To on udowodnił niezależność aksjomatu wyboru, czego nie udało się zrobić samemu Gödlowi. Referat miał charakter wspominkowy.

Ostatni referat z tej serii wygłosił Hugh Woodin ze Stanfordu. Referat nosił tytu „The Transfinite Universe". Udowodnienie przez Gödla twierdzenia o niezupełności systemu arytmetyki Peano spowodowało „kryzys w podstawach matematyki". Sceptycy uznali, że po prostu nie ma żadnych podstaw. Nie znaczy to jednak, że w podstawach matematyki wszystko wolno. Wprawdzie istnieje wiele zdań nierozstrzygalnych, ale nie panuje wśród nich dowolność, można je bowiem „kalibrować" (klasyfikować) przy pomocy dużych liczb kardynalnych.

Czy istnieje nieproblematyczna koncepcja pozaskończoności, która byłaby tak jasna jak nasza koncepcja liczb całkowitych? — pyta Woodin. Wyniki dotyczące nierozstrzygalności, jakie namnożyły się od czterdziestu lat, kiedy to Paul Cohen udowodnił nierozstrzygalność hipotezy kontinuum, uważano za poważny argument na rzecz negatywnej odpowiedzi na to pytanie. Ale rezultaty uzyskane w ciągu ostatnich pięciu lat zmieniły tę sytuację. Woodin uważa, że — dzięki wprowadzonemu przez niego pojęciu superzwartej liczby kardynalnej — uda się ustalić przejrzystą „hierarchię nieskończoności" z jej „naczelnym" pojęciem pozaskończoności (the transfinite). W kodeksie tego „wszchświata zbiorów" wszystkie problemy z nierozstrzygalnością staną się zrozumiałe. Co więcej, może to zostać osiągnięte dokładnie tak jak sugerował Gödel — przez zrozumienie silnego aksjomatu nieskończoności.

*

Na zakończenie Gödlowskiego sympozjum zorganizowano nam wycieczkę do Wachau, obszaru rozciągającego się wzdłuż Dunaju od Melk aż do Krems. Był obiad na statku płynącym po wezbranej ostatnio rzece i zwiedzanie benedyktyńskiego opactwa w Melk. Po południowej modlitwie z mnichami, profesor Walter Thirring dał nam organowy koncert. Grał jeden swój utwór i dwie toccaty Bacha. Prof. Thirringa znam z Papieskiej Akademii Nauk, ale nie wiedziałem, że jest tak wspaniałym organistą.

Muzyka Bacha przebija opływające złotem wnętrze kościoła i przenosi do stóp Transcendencji. Staram się wsłuchiwać w geometryczne symetrie Bachowskiego rytmu, ale już po kilku taktach myśl uniezależnia się od dźwiękowej substancji i płynie własnymi szlakami. A może tylko nieudolnie podąża za logiką fugi i usiłuje pochwycić treść nie dającą się zamknąć w żadnym języku.

W wykładzie Denys Turner, teolog ze Stanfordu, powiedział że muzyka jest rekurencyjnie sformalizowanym językiem bez sensu („Music is formalized bubble language"). Wprowadziłbym korektę do tego stwierdzenia: muzyka — w każdym razie muzyka Bacha — jest rekurencyjnie sformalizowaną treścią, istniejącą poza wszelkim językiem. Semantyka bez żadnej syntaksy. Ale „rekurencyjnie sformalizowana": cała treść mieści się w maksymalnie zagęszczonej formie. Reguły, które odnoszą się same do siebie, z siebie wyłaniają to, o czym mówią.

Ściany podchwyciły echo ostatniego akordu. Poczułem twardość niewygodnej ławki. Świat materii obejmował mnie z powrotem w swoje posiadanie.

Michał Heller

IX KRAKOWSKA KONFERENCJA METODOLOGICZNA

W dniach 16–17 maja 2005 r. odbyła się dziewiąta już Krakowska Konferencja Metodologiczna (KKM), której temat brzmiał *Struktura i Emergencja*. Organizatorami konferencji byli: Polska Akademia Umiejętności, Uniwersytet Jagielloński i Ośrodek Badań Interdyscyplinarnych. Obrady odbywały się w auli PAU przy ul. Sławkowskiej 17. Zostały one podzielone na sześć sesji — każdego dnia odbywała się jedna sesja przedpołudniowa i dwie popołudniowe.